



Défi ouvert canadien de mathématiques (DOCM)  
de Financière Sun Life  
Rapport du concours 2011



The Canadian Mathematics Society (CMS), Canada's national association for mathematics, promotes the advancement, discovery, learning and application of mathematics. To learn more about the CMS, please go to the web site at: [www.cms.math.ca](http://www.cms.math.ca)

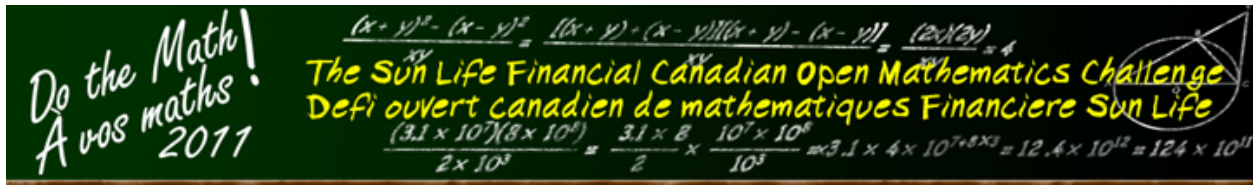
Enquiries regarding the Sun Life Financial COMC should be directed to:

Executive Director,  
Canadian Mathematical Society  
Suite 209  
1725 St. Laurent Boulevard  
Ottawa, Ontario  
Canada  
K1G 3V4

E-Mail: [director@cms.math.ca](mailto:director@cms.math.ca)

Phone: 613-733-2662 ext. 721

©2012 Canadian Mathematics Society  
All rights reserved.



## AVANT-PROPOS

Les mathématiques jouent un rôle vital dans notre vie de tous les jours. Aujourd'hui, elles occupent une place encore plus importante que jamais, car elles contribuent à nos réussites individuelles et nationales. Le Défi ouvert canadien de mathématiques (DOCM) Financière Sun Life offre aux élèves une occasion unique de découvrir, d'apprendre et d'appliquer les mathématiques, mais surtout, de stimuler un intérêt qui est essentiel pour notre avenir. La Société mathématique du Canada (SMC) est heureuse d'annoncer les résultats officiels du DOCM Financière Sun Life 2011.

L'année 2011 marque la 16<sup>e</sup> édition du DOCM. Le DOCM 2011 a été très bien reçu et, outre les prix et récompenses détaillés dans ce rapport, il a permis de recruter des groupes d'élèves doués qui ont été invités à participer au Repêchage et à l'Olympiade mathématique du Canada (OMC), tous deux parrainés par la Financière Sun Life.

En 2011, la SMC a conclu un partenariat avec l'Université de Toronto et l'Université Laval pour l'organisation du DOCM, ainsi qu'avec l'Université d'Ottawa, l'Université Carleton et Nelson Education. La SMC remercie tout spécialement Jim Colliander (Toronto), Pamela Brittan (Toronto), Frédéric Gourdeau (Laval), Line Baribeau (Laval), Joseph Khoury (Ottawa), David Thomson (Carleton) et Sean Chamberland (Nelson), de même que tous les bénévoles qui ont participé à la correction des examens. Les questions d'examen ont été élaborées par le Comité de rédaction de problèmes 2011, composé d'Adrian Tang (Calgary), qui en a assuré la présidence et la coordination, Alexander Remorov (Toronto), David Arthur (Google), Richard Hoshino (NII Tokyo), Farzin Barekat (UCLA), Andy Liu (Alberta), Lino Demasi (SFU) et Alex Fink (NCS). Le succès du DOCM est grandement redevable à la qualité des questions rédigées pour le concours; il faut pour cela remercier le Comité 2011 de sa diligence et de son travail acharné pour rendre ce concours plus accessible grâce à un nouveau format en trois sections.

La SMC est grandement redevable à son partenaire financier de longue date et commanditaire en titre du concours, la Financière Sun Life, qu'elle remercie sincèrement.

La SMC tient également à remercier de leur intérêt et de leur participation tous les élèves et enseignants du Canada et de l'étranger qui ont pris part au DOCM 2011. Si les prix et les certificats du DOCM soulignent l'excellence, les prix de participation sont notre façon de dire merci.

Un concours comme le DOCM Financière Sun Life est une entreprise de grande envergure que seul le travail de nombreux bénévoles, d'employés et de commanditaires rend possible. Les enseignants de tout le Canada ont donné généreusement de leur temps pour aider les élèves à se préparer au concours. Nelson Education contribue à la distribution des affiches et assure la promotion du concours. Des équipes de bénévoles de l'Université de Toronto et de l'Université Laval corrigent les épreuves. D'autres bénévoles de l'Université d'Ottawa et de l'Université Carleton valident les corrections. Sans la contribution de ces personnes et de ces commanditaires dévoués, ce concours ne pourrait remporter autant de succès.

La SMC sera heureuse de recevoir vos commentaires sur le DOCM (ou sur tout autre concours de la SMC) et vous invite à communiquer avec elle au : [docm@smc.math.ca](mailto:docm@smc.math.ca)

Bill Sands (Calgary)  
Président, Comité des concours  
Société mathématique du Canada

Jim Colliander (Toronto)  
Président, Comité du DOCM  
Société mathématique du Canada



## INTRODUCTION

Le Défi ouvert canadien de mathématiques (DOCM) est un concours national pour les élèves du Canada, mais qui accepte également des concurrents de l'étranger. Il s'inscrit dans le cadre d'une série de concours de la Société mathématique du Canada (SMC) menant à la sélection de l'équipe d'élèves qui représentera le Canada (Équipe Math Canada) à l'Olympiade internationale de mathématiques (OIM).

Le DOCM Financière Sun Life a pour objectif d'encourager les élèves à découvrir les mathématiques et à acquérir des capacités en mathématiques et en résolution de problème. Il constitue également une activité d'enrichissement unique pour les enseignants et les élèves.

Les problèmes présentés dans le cadre du concours sont originaux, nécessitent des connaissances théoriques, exigent l'application de techniques de résolution de problèmes et favorisent la découverte et la réflexion. Peu d'élèves seront en mesure de résoudre tous les problèmes dans le temps mis à leur disposition. On encourage les élèves à revoir les problèmes qu'ils n'ont pas résolus et à en discuter avec leurs enseignants et leurs camarades de classe.

Les résultats exceptionnels au DOCM Financière Sun Life sont soulignés de nombreuses façons. Des prix sont offerts aux meilleurs élèves du Canada, d'une province ou d'une région. Des prix et des certificats sont également remis aux meilleurs élèves du Canada, d'une province ou d'une région dans leur année scolaire. Le DOCM offre aussi des prix aux élèves étrangers et inscrit les meilleurs élèves canadiens et étrangers au tableau d'honneur (canadien et international). De plus, environ une cinquantaine des meilleurs élèves canadiens sont invités à prendre part à l'Olympiade mathématique du Canada (OMC) Financière Sun Life, concours de niveau plus élevé, et une cinquantaine d'autres sont invités au Rêpechage Financière Sun Life.

Les résultats des élèves de la 8e à la 10e année qui ont participé au DOCM 2011 servent à déterminer qui sera invité au Camp national de mathématiques 2012 de la SMC. Le camp national vise principalement les jeunes élèves canadiens auxquels il reste au moins deux années d'études secondaires à terminer, et qui ont le potentiel nécessaire pour participer à une olympiade mathématique. La SMC, en collaboration avec des universités de tout le Canada, organise aussi des camps mathématiques régionaux (<http://smc.math.ca/Camps/>).



**RÉSULTATS GÉNÉRAUX**

- La note moyenne générale est de 37 sur 80.
- La note moyenne nationale est de 37,0 et la note médiane, de 36,0.
- La note nationale la plus élevée est de 80, soit la note parfaite (deux élèves).
- Pourcentage d'élèves ayant obtenu 40 points ou plus : 41,9%
- 4 220 examens admissibles ont été soumis, dont 629 de l'étranger.
- 505 prix ont été remis à des élèves du Canada et 6 à des élèves étrangers.
- 17 élèves ont été inscrits au tableau d'honneur national 2011 du DOCM.
- 6 élèves ont été inscrits au tableau d'honneur international 2011 du DOCM.
- 61 élèves ont obtenu 70 points ou plus et ont été invités à l'Olympiade mathématique du Canada (OMC) Financière Sun Life.
- 65 élèves ont obtenu entre 65 et 69 points inclusivement et ont été invités au Repêchage Financière Sun Life, à la suite duquel les meilleurs élèves pourront être invités à l'OMC Financière Sun Life.
- 445 prix de participation ont été accordés au hasard à des participants du Canada.
- Le concours 2011 a attiré des élèves de chaque province et continue de susciter une participation internationale considérable.

## RÉSULTATS PAR SECTION ET PAR QUESTION

Les questions et solutions du DOCM sont présentées à l'Annexe A.

### Partie A

Les questions de la Partie A avaient un contenu que l'on voulait accessible à tous les élèves du secondaire participant au concours. Chaque question nécessitait de la lecture, de la réflexion et des calculs. Cet ensemble de questions était assez facile. Tous les points étaient accordés pour une bonne réponse, et une partie des points pouvait être accordée pour une solution incomplète ou incorrecte.

A1.

Note moyenne : 3,8 et note médiane : 4

Les concurrents ont très bien réussi ce problème. La plupart des concurrents ont trouvé la solution au problème en déterminant la valeur de  $r$  directement et en substituant  $r$  dans  $(r - 3)^2$ .

A2.

Note moyenne : 3,9 et note médiane : 4

Les concurrents ont très bien réussi ce problème; la plupart d'entre eux ont résolu le problème par inspection.

A3.

Note moyenne : 3,4 et note médiane : 4

La plupart des concurrents ont entièrement résolu ce problème, mais bien d'autres ont fait des erreurs en multipliant les corner numbers ou en additionnant les huit nombres.

A4.

Note moyenne : 3,2 et note médiane : 4

Ce problème de géométrie a été résolu par environ les deux tiers des concurrents. Les solutions les plus communes consistaient à utiliser les propriétés du triangle 30-60-90 ou la loi des cosinus.

### Partie B

Les quatre problèmes de la Partie B, valant 6 points chacun, avaient aussi un contenu accessible à tous les élèves du secondaire; toutefois, ces questions nécessitaient une réflexion et des calculs plus poussés pour arriver à une solution. Tous les points étaient accordés pour une bonne réponse, et une partie des points pouvait être accordée pour une solution incomplète ou incorrecte.

B1.

Note moyenne : 4,1 et note médiane : 6

Ce problème difficile a été très bien réussi et résolu complètement par environ les deux tiers des concurrents. De nombreux élèves maîtrisaient bien la formule distance = vitesse  $\times$  temps et l'ont utilisée de façon brillante pour résoudre ce problème.

B2.

Note moyenne : 0,9 et note médiane : 0

Ce problème n'a pas été aussi bien réussi que prévu. Le Comité de rédaction de problèmes soupçonne que de nombreux participants ne connaissaient pas la définition de « suite géométrique ». Nous admettons notre erreur à cet égard et nous excusons des difficultés qu'aurait pu causer le fait de ne pas inclure cette définition. Pour résoudre ce problème, il fallait essentiellement reconnaître que la raison de la suite géométrique n'était pas une intégrale. Les concurrents qui ont résolu ce problème sont ceux qui sont parvenus à cette conclusion.

B3.

Note moyenne : 2,0 et note médiane : 1

Les concurrents qui ont réussi à résoudre ce problème connaissaient le théorème de Pythagore, les triangles semblables et la géométrie du cercle. Toutefois, de nombreux élèves n'ont pas vu que  $\angle BDC$  et  $\angle BEC$  mesuraient tous les deux  $90^\circ$ .

B4.

Note moyenne : 1,9 et note médiane : 0

Ce problème de calcul a été beaucoup mieux réussi que prévu, plus du quart des concurrents ayant réussi à le résoudre. Il fallait reconnaître que chaque personne du groupe avait résolu soit 8 problèmes courts et 3 longs, soit 7 problèmes courts et 4 longs.

## Partie C

Les quatre problèmes de la Partie C, valant chacun 10 points, étaient difficiles et nécessitaient à la fois des connaissances supplémentaires et une certaine inspiration. Pour cet ensemble de problèmes, les bonnes solutions (souvent atteignables de plus d'une façon) ne recevaient pas nécessairement tous les points puisque des points étaient aussi accordés pour d'autres éléments, dont la présentation, la logique et la clarté de la solution.

C1.

Note moyenne : 5,6 et note médiane : 6

Les parties (a) et (b) ont été très bien réussies, la plupart des concurrents ayant pu démontrer leur maîtrise de l'équation de lignes droites et déterminer la longueur d'un segment dans le plan cartésien.

La partie (c) n'a pas été aussi bien réussie que prévu, de nombreux élèves n'ayant pas réussi à déterminer le centre d'un cercle passant par trois points.

C2.

Note moyenne : 5,2 et note médiane : 5

Ce problème amusant faisait appel à la logique, et les parties (a) et (b) ont été très bien réussies. La partie (c) nécessitait une explication précise pour que l'élève reçoive tous les points. Plusieurs concurrents ont réussi à trouver les réponses aux 100 problèmes, sans toutefois pouvoir expliquer clairement pourquoi les réponses étaient uniques.

C3.

Note moyenne : 2,2 et note médiane : 0

Ce problème était difficile, et les concurrents devaient penser à utiliser le quotient et le reste pour les divisions par 7 et par 8 pour résoudre ce problème. Il n'était pas trop difficile d'arriver à la réponse de 343 dans la partie (b). La difficulté de ce problème était de prouver que 343 était



bel et bien le plus grand intégral  $n$  pour lequel  $B(n) \leq A(n)$ . Plusieurs concurrents ont perdu des points à la partie (b) en raison d'une explication erronée ou insuffisante.

C4.

Note moyenne : 1,2 et note médiane : 1

Ce problème était difficile. La partie (a) a été très bien réussie dans l'ensemble par les concurrents qui l'ont essayée. Ces élèves ont réussi à trouver la valeur des racines d'une équation quadratique et d'une équation quartique avec deux racines intégrales. La partie (b) était très difficile. Les deux difficultés de ce problème consistaient à reconnaître que  $f(f(x)) - x$  est décomposable en facteurs en tant que produit de deux équations quadratiques et à tirer des conclusions significatives à propos de  $(a, b)$  sur les discriminants des deux facteurs. La majorité des concurrents n'ont pas reconnu la factorisation initiale et n'ont pas pu poursuivre. Toutefois, onze élèves ont obtenu une note parfaite à ce problème difficile, mais très élégant.

**CLASSEMENT PERCENTILE DES ÉLÈVES**

Score	Percentile	Papiers	Total
80	0.07	3	3
79	0.09	1	4
78	0.12	1	5
77	0.14	1	6
76	0.21	3	9
75	0.26	2	11
74	0.31	2	13
73	0.55	10	23
72	0.90	15	38
71	1.21	13	51
70	1.61	17	68
69	2.01	17	85
68	2.68	28	113
67	3.13	19	132
66	3.65	22	154
65	4.24	25	179
64	4.98	31	210
63	5.71	31	241
62	6.68	41	282
61	7.68	42	324
60	8.27	25	349
59	9.27	42	391
58	10.36	46	437
57	11.56	51	488
56	12.89	56	544
55	14.15	53	597
54	15.85	72	669
53	17.01	49	718
52	18.63	68	786
51	20.17	65	851
50	21.73	66	917
49	23.65	81	998
48	25.50	78	1076
47	27.32	77	1153
46	29.22	80	1233
45	31.21	84	1317
44	33.29	88	1405
43	35.55	95	1500
42	38.06	106	1606
41	40.71	112	1718
40	43.06	99	1817

Score	Percentile	Papiers	Total
39	45.62	108	1925
38	47.91	97	2022
37	50.52	110	2132
36	52.65	90	2222
35	55.17	106	2328
34	57.73	108	2436
33	60.33	110	2546
32	63.15	119	2665
31	65.83	113	2778
30	68.08	95	2873
29	70.24	91	2964
28	72.75	106	3070
27	74.95	93	3163
26	77.18	94	3257
25	79.15	83	3340
24	81.52	100	3440
23	83.53	85	3525
22	85.66	90	3615
21	87.16	63	3678
20	88.41	53	3731
19	90.19	75	3806
18	91.75	66	3872
17	93.29	65	3937
16	94.50	51	3988
15	95.57	45	4033
14	96.59	43	4076
13	97.30	30	4106
12	97.84	23	4129
11	98.34	21	4150
10	98.70	15	4165
9	99.19	21	4186
8	99.41	9	4195
7	99.55	6	4201
6	99.64	4	4205
5	99.79	6	4211
4	99.86	3	4214
3	99.95	4	4218
2	99.98	1	4219
1	100.00	1	4220
0	100.00	0	4220

## PRIX NATIONAUX

### CHAMPIONS CANADIENS

---

<b>Prix médaille d'or :</b>	Matthew Brennan Upper Canada College, Toronto, ON Steven Yu Pinetree S.S., Coquitlam, BC
<b>Prix médaille d'argent :</b>	James Rickards Colonel By Secondary School, Gloucester, ON
<b>Prix médaille de bronze :</b>	Kevin Zhou Woburn Collegiate Institute, Scarborough, ON
<b>Tableau d'honneur :</b>	Vitalik Buterin The Abelard School, Toronto, ON Anqi Dong Walter Murray Collegiate, Saskatoon, SK  Qinyi (Grace) Geng West Vancouver Secondary School, West Vancouver, BC  Jae Won Kim Boston Education, Coquitlam, BC  Leo Lai Sir Winston Churchill S. S., Vancouver, BC  Bobby Qiu Don Mills C.I., North York, ON  Desmond Sisson Western Canada H.S., Calgary, AB  Alvin Yonathan Sukmadji Earl Haig Secondary School, North York, ON  Susan Sun West Vancouver Secondary School, West Vancouver, BC  Heng (Henry) Tang Vaughan Secondary School, Thornhill, ON  Fei Wu Upper Canada College, Toronto, ON  Suizhi Wu Lester B. Pearson College, Victoria, BC  Bill Zhao A.Y. Jackson S.S., North York, ON

### MEILLEURS AU CANADA – 12e ANNÉE OU CÉGEP

---

<b>Prix médaille d'or :</b>	Matthew Brennan Upper Canada College, Toronto, ON Steven Yu Pinetree S.S., Coquitlam, BC
-----------------------------	---

<b>Prix médaille d'argent :</b>	James Rickards Colonel By Secondary School, Gloucester, ON
<b>Prix médaille de bronze :</b>	Kevin Zhou Woburn Collegiate Institute, Scarborough, ON
<b>Tableau d'honneur :</b>	Vitalik Buterin The Abelard School, Toronto, ON Anqi Dong Walter Murray Collegiate, Saskatoon, SK Jae Won Kim Boston Education, Coquitlam, BC Alvin Yonathan Sukmadji Earl Haig Secondary School, North York, ON Susan Sun West Vancouver Secondary School, West Vancouver, BC Heng (Henry) Tang Vaughan Secondary School, Thornhill, ON Bill Zhao A.Y. Jackson S.S., North York, ON

#### MEILLEURS AU CANADA – 11e ANNÉE

---

<b>Prix médaille d'or :</b>	Qinyi (Grace) Geng West Vancouver Secondary School, West Vancouver, BC Leo Lai Sir Winston Churchill S. S., Vancouver, BC Bobby Qiu Don Mills C.I., North York, ON Suizhi Wu Lester B. Pearson College, Victoria, BC
<b>Prix médaille d'argent :</b>	Daniel Hui Woburn Collegiate Institute, Scarborough, ON Ursula Anne Lim Burnaby North S.S., Burnaby, BC
<b>Prix médaille de bronze :</b>	Dong Won Kang North Toronto C.I., Toronto, ON Qian (David) Liang A.Y. Jackson S.S., North York, ON Yuanhao Wei Earl of March S.S., Kanata, ON
<b>Tableau d'honneur :</b>	Robert (Hou Yao) Huang Semiahmoo Secondary School, Surrey, BC Fred Lee Boston Education, Coquitlam, BC Hee-Joo Nam Western Canada H.S., Calgary, AB

Daniel Spivak  
Vaughan Secondary School, Thornhill, ON

Shun Da (Simon) Suo  
Olympiads School, North York, ON

Chris Waddell  
Walter Murray Collegiate, Saskatoon, SK

Ray Wang  
A.Y. Jackson S.S., North York, ON

Ethan White  
Westmount Charter School, Calgary, AB

Yuchen Xia  
Earl Haig Secondary School, North York, ON

Peter Xie  
Don Mills C.I., North York, ON

Dennis Xu  
Abbey Park H.S., Oakville, ON

Leslie Ying  
University of Toronto Schools, Toronto, ON

Yiwen Zhang  
Crofton House School, Vancouver, BC

Michael Zhu  
Lisgar Collegiate Institute, Ottawa, ON

### MEILLEURS AU CANADA – 10E ANNÉE

---

**Prix médaille d'or :** Desmond Sisson  
Western Canada H.S., Calgary, AB

Fei Wu  
Upper Canada College, Toronto, ON

**Prix médaille d'argent :** Letian Chen  
Hon. Vincent Massey S. S. , Windsor, ON

**Prix médaille de bronze :** Xiaoze (Jerry) Wu  
Marc Garneau C.I., Toronto, ON

Reena Zhan  
University of Toronto Schools, Toronto, ON

Tony Zou  
Bell High School, Nepean, ON

**Tableau d'honneur :** Chen Chang  
Hon. Vincent Massey S. S. , Windsor, ON

Jiaqi Dong  
Don Mills C.I., North York, ON

Billy Jin  
Waterloo C.I., Waterloo, ON

Zi Yan Li  
St. George's School, Vancouver, BC

Johnny Tang  
Markham D.H.S., Markham, ON

Jerry Wang  
Cawthra Park S.S., Mississauga, ON

---

### MEILLEURS AU CANADA – 9e ANNÉE

**Prix médaille d'or :** Yusuf Safadi  
Abbey Park H.S., Oakville, ON

**Prix médaille d'argent :** Michael Pang  
St. John's-Ravenscourt School, Winnipeg, MB

**Prix médaille de bronze :** Rongxin (Richard) Du  
Marc Garneau C.I., Toronto, ON

**Tableau d'honneur :** Frank Cheng  
Burnaby North S.S., Burnaby, BC

Gloria (Yuliang) Fang  
University of Toronto Schools, Toronto, ON

Casper Tsai  
University Transition Program, Vancouver, BC

Karen Wang  
University Transition Program, Vancouver, BC

---

### MEILLEURS AU CANADA – 8e ANNÉE OU MOINS

**Prix médaille d'or :** Jeanne Lim  
Burnaby North S.S., Burnaby, BC

**Prix médaille d'argent :** Shu Hao (Jack) Li  
University Transition Program, Vancouver, BC

Ben Wei  
Olympiads School, North York, ON

**Prix médaille de bronze :** Kevin Hu  
Mulgrave School, West Vancouver, BC

**Tableau d'honneur :** Elbert Lai  
Waterloo C.I., Waterloo, ON

Dan Ursu  
Hon. Vincent Massey S.S., Windsor, ON

Bill (Hanyu) Zhu  
Valleys Senior Public School, Mississauga, ON

Michael Zou  
Eglinton Jr.P.S., Toronto, ON

**PRIX PROVINCIAUX****CHAMPIONS DE COLOMBIE-BRITANNIQUE**

---

<b>Prix médaille d'or :</b>	Steven Yu Pinetree S.S., Coquitlam, BC
<b>Prix médaille d'argent :</b>	Susan Sun West Vancouver Secondary School, West Vancouver, BC
<b>Prix médaille de bronze :</b>	Qinyi (Grace) Geng West Vancouver Secondary School, West Vancouver, BC  Jae Won Kim Boston Education, Coquitlam, BC  Leo Lai Sir Winston Churchill S. S., Vancouver, BC  Suizhi Wu Lester B. Pearson College, Victoria, BC
<b>Tableau d'honneur :</b>	Eric Ahn West Vancouver Secondary School, West Vancouver, BC  Raymond Cheng Sir Winston Churchill S. S., Vancouver, BC  David Choi St. George's School, Vancouver, BC  Xun Yang Hu Sir Winston Churchill S. S., Vancouver, BC  Robert (Hou Yao) Huang Semiahmoo Secondary School, Surrey, BC  Ursula Anne Lim Burnaby North S.S., Burnaby, BC  Henry Liu Pinetree S.S., Coquitlam, BC  Yingjie Qian Bulkley Valley Christian School, Smithers, BC  Everest Shi Burnaby North S.S., Burnaby, BC  Foster Tom New Westminster S.S., New Westminster, BC  Jerry Wang Sir Winston Churchill S. S., Vancouver, BC  Hye Min (Liah) Yang Riverside S.S., Port Coquitlam, BC

**MEILLEURS DE COLOMBIE-BRITANNIQUE – 12e ANNÉE**

---

<b>Prix médaille d'or :</b>	Steven Yu Pinetree S.S., Coquitlam, BC
<b>Prix médaille d'argent :</b>	Susan Sun West Vancouver Secondary School, West Vancouver, BC
<b>Prix médaille de bronze :</b>	Jae Won Kim Boston Education, Coquitlam, BC
<b>Tableau d'honneur :</b>	Eric Ahn West Vancouver Secondary School, West Vancouver, BC Raymond Cheng Sir Winston Churchill S. S., Vancouver, BC David Choi St. George's School, Vancouver, BC Xun Yang Hu Sir Winston Churchill S. S., Vancouver, BC Henry Liu Pinetree S.S., Coquitlam, BC Yingjie Qian Bulkley Valley Christian School, Smithers, BC Everest Shi Burnaby North S.S., Burnaby, BC Foster Tom New Westminster S.S., New Westminster, BC Jerry Wang Sir Winston Churchill S. S., Vancouver, BC Hye Min (Liah) Yang Riverside S.S., Port Coquitlam, BC

**MEILLEURS DE COLOMBIE-BRITANNIQUE – 11e ANNÉE**

---

<b>Prix médaille d'or :</b>	Qinyi (Grace) Geng West Vancouver Secondary School, West Vancouver, BC Leo Lai Sir Winston Churchill S. S., Vancouver, BC Suizhi Wu Lester B. Pearson College, Victoria, BC
<b>Prix médaille d'argent :</b>	Ursula Anne Lim Burnaby North S.S., Burnaby, BC
<b>Prix médaille de bronze :</b>	Robert (Hou Yao) Huang Semiahmoo Secondary School, Surrey, BC
<b>Tableau d'honneur :</b>	Fred Lee Boston Education, Coquitlam, BC Zicheng Wang Burnaby North S.S., Burnaby, BC



Young Yang  
Fraser Heights S.S., Surrey, BC  
Shing Him (Nicholas) Yu  
Lester B. Pearson College, Victoria, BC  
Yiwen Zhang  
Crofton House School, Vancouver, BC

---

### MEILLEURS DE COLOMBIE-BRITANNIQUE – 10e ANNÉE

---

**Prix médaille d'or :** Zi Yan Li  
St. George's School, Vancouver, BC

**Prix médaille d'argent :** Frank Zhu  
University Hill Secondary School, Vancouver, BC

**Prix médaille de bronze :** Kevin Tian  
St. George's School, Vancouver, BC  
Suhei Wong  
Sir Winston Churchill S. S., Vancouver, BC  
David Zheng  
New Westminster S.S., New Westminster, BC

**Tableau d'honneur :** Jeff Choi  
St. George's School, Vancouver, BC  
Vivian Dai  
Richmond S.S., Richmond, BC  
Ian Lee  
St. George's School, Vancouver, BC  
Tony Li  
St. George's School, Vancouver, BC  
Steven Shao  
Burnaby North S.S., Burnaby, BC  
Jacqueline Shen  
Burnaby South Secondary, Burnaby, BC  
Steven Xu  
Richmond S.S., Richmond, BC  
Anna Ye  
Burnaby South Secondary, Burnaby, BC  
Anni Zhang  
Sir Winston Churchill S. S., Vancouver, BC  
Carol (Mian Xiu) Zhang  
Lord Byng S.S., Vancouver, BC  
Gavin Zhang  
Sir Winston Churchill S. S., Vancouver, BC

**MEILLEURS DE COLOMBIE-BRITANNIQUE – 9e ANNÉE**

---

<b>Prix médaille d'or :</b>	Frank Cheng Burnaby North S.S., Burnaby, BC
<b>Prix médaille d'argent :</b>	Karen Wang University Transition Program, Vancouver, BC
<b>Prix médaille de bronze :</b>	Casper Tsai University Transition Program, Vancouver, BC
<b>Tableau d'honneur :</b>	Sung il Ahn Yale Secondary, Abbotsford, BC Howell Liu University Transition Program, Vancouver, BC Scott Xiao Burnaby North S.S., Burnaby, BC Ray Zhang Cariboo Hill S.S., Burnaby, BC

**MEILLEURS DE COLOMBIE-BRITANNIQUE – 8e ANNÉE OU MOINS**

---

<b>Prix médaille d'or :</b>	Jeanne Lim Burnaby North S.S., Burnaby, BC
<b>Prix médaille d'argent :</b>	Shu Hao (Jack) Li University Transition Program, Vancouver, BC
<b>Prix médaille de bronze :</b>	Kevin Hu Mulgrave School, West Vancouver, BC

**CHAMPIONS DE L'ALBERTA**

---

<b>Prix médaille d'or :</b>	Desmond Sisson Western Canada H.S., Calgary, AB
<b>Prix médaille d'argent :</b>	Hee-Joo Nam Western Canada H.S., Calgary, AB Ethan White Westmount Charter School, Calgary, AB
<b>Prix médaille de bronze :</b>	Bai Li Henry Wise Wood Sr. H.S, Calgary, AB
<b>Tableau d'honneur :</b>	Janet Leahy Sir Winston Churchill High School, Calgary, AB James Lin Western Canada H.S., Calgary, AB Julian Salazar Henry Wise Wood Sr. H.S, Calgary, AB Chang Su Western Canada H.S., Calgary, AB Jianwei (Jian Jian) Sun Western Canada H.S., Calgary, AB

Samuel Tang  
Western Canada H.S., Calgary, AB  
Feng Tian  
Western Canada H.S., Calgary, AB

---

**MEILLEURS DE L'ALBERTA – 12e ANNÉE**

---

**Prix médaille d'or :** Bai Li  
Henry Wise Wood Sr. H.S, Calgary, AB

**Prix médaille d'argent :** James Lin  
Western Canada H.S., Calgary, AB  
Chang Su  
Western Canada H.S., Calgary, AB

**Prix médaille de bronze :** Julian Salazar  
Henry Wise Wood Sr. H.S, Calgary, AB

**Tableau d'honneur :** Yuanchen Feng  
Western Canada H.S., Calgary, AB  
Aneesh Jaydeep  
Sir Winston Churchill High School, Calgary, AB  
Megan Liang  
Western Canada H.S., Calgary, AB  
Chong Luo  
Western Canada H.S., Calgary, AB  
Jianwei (Jian Jian) Sun  
Western Canada H.S., Calgary, AB  
Samuel Tang  
Western Canada H.S., Calgary, AB

---

**MEILLEURS DE L'ALBERTA – 11e ANNÉE**

---

**Prix médaille d'or :** Hee-Joo Nam  
Western Canada H.S., Calgary, AB  
Ethan White  
Westmount Charter School, Calgary, AB

**Prix médaille d'argent :** Janet Leahy  
Sir Winston Churchill High School, Calgary, AB

**Prix médaille de bronze :** Lister Li  
Sir Winston Churchill High School, Calgary, AB

**Tableau d'honneur :** Yubo Han  
Western Canada H.S., Calgary, AB  
Henry Su  
Western Canada H.S., Calgary, AB  
Alexander Yuan  
Western Canada H.S., Calgary, AB

**MEILLEURS DE L'ALBERTA – 10e ANNÉE**

---

<b>Prix médaille d'or :</b>	Desmond Sisson Western Canada H.S., Calgary, AB
<b>Prix médaille d'argent :</b>	Feng Tian Western Canada H.S., Calgary, AB
<b>Prix médaille de bronze :</b>	Michael Ru Old Scona Academic School, Edmonton, AB
<b>Tableau d'honneur :</b>	Yu Nigh Dai Sir Winston Churchill High School, Calgary, AB Shin-Chang Lin McNally Comp. H.S., Edmonton, AB Al Zhang Western Canada H.S., Calgary, AB

*(Aucun lauréat au niveau de la 8e ou 9e année en Alberta)*

**CHAMPIONS DE SASKATCHEWAN**

---

<b>Prix médaille d'or :</b>	Anqi Dong Walter Murray Collegiate, Saskatoon, SK
<b>Prix médaille d'argent :</b>	Chris Waddell Walter Murray Collegiate, Saskatoon, SK
<b>Prix médaille de bronze :</b>	Zhiming Chen Evan Hardy Collegiate, Saskatoon, SK
<b>Tableau d'honneur :</b>	Ian Chen Centennial Collegiate, Saskatoon, SK Lukas Fehr Walter Murray Collegiate, Saskatoon, SK Zimu Yang Centennial Collegiate, Saskatoon, SK Chenghui Zhou Walter Murray Collegiate, Saskatoon, SK

**MEILLEURS DE SASKATCHEWAN – 12e ANNÉE**

---

<b>Prix médaille d'or :</b>	Anqi Dong Walter Murray Collegiate, Saskatoon, SK
<b>Prix médaille d'argent :</b>	Zhiming Chen Evan Hardy Collegiate, Saskatoon, SK
<b>Prix médaille de bronze :</b>	Chenghui Zhou Walter Murray Collegiate, Saskatoon, SK
<b>Tableau d'honneur :</b>	Lukas Fehr Walter Murray Collegiate, Saskatoon, SK Marcus Lee Walter Murray Collegiate, Saskatoon, SK

Zimu Yang  
Centennial Collegiate, Saskatoon, SK

---

### MEILLEURS DE SASKATCHEWAN – 11e ANNÉE

**Prix médaille d'or :** Chris Waddell  
Walter Murray Collegiate, Saskatoon, SK

**Prix médaille d'argent :** Ian Chen  
Centennial Collegiate, Saskatoon, SK

**Prix médaille de bronze :** Jason Lawrence  
Centennial Collegiate, Saskatoon, SK

Rui Song  
Walter Murray Collegiate, Saskatoon, SK

**Tableau d'honneur :** Bruce Hu  
Walter Murray Collegiate, Saskatoon, SK

Young Kyun Kim  
Luther College High School, Regina, SK

Jake Milner  
Walter Murray Collegiate, Saskatoon, SK

---

### MEILLEURS DE SASKATCHEWAN – 8e ANNÉE OU MOINS

**Prix médaille d'or :** Richard Cao  
Walter Murray Collegiate, Saskatoon, SK

*(Aucun lauréat au niveau de la 9e ou 10e année en Saskatchewan)*

---

### CHAMPIONS DE MANITOBA

**Prix médaille d'or :** Yue Liu  
Fort Richmond Collegiate, Winnipeg, MB

Michael Pang  
St. John's-Ravenscourt School, Winnipeg, MB

**Prix médaille d'argent :** Seunghyun Lee  
Grant Park H.S., Winnipeg, MB

David Liu  
Fort Richmond Collegiate, Winnipeg, MB

**Prix médaille de bronze :** Danheng Shen  
St. John's-Ravenscourt School, Winnipeg, MB

**Tableau d'honneur :** Kevin Carruthers  
St. John's-Ravenscourt School, Winnipeg, MB

Hong Ji Youn  
St. John's-Ravenscourt School, Winnipeg, MB

Thomas Lamothe  
St. John's-Ravenscourt School, Winnipeg, MB

Ki Beom Lee  
Fort Richmond Collegiate, Winnipeg, MB  
Shuyi Wu  
Fort Richmond Collegiate, Winnipeg, MB

---

### MEILLEURS DE MANITOBA – 12e ANNÉE

**Prix médaille d'or :** Yue Liu  
Fort Richmond Collegiate, Winnipeg, MB

**Prix médaille d'argent :** Kevin Carruthers  
St. John's-Ravenscourt School, Winnipeg, MB

**Prix médaille de bronze :** Thomas Lamothe  
St. John's-Ravenscourt School, Winnipeg, MB

**Tableau d'honneur :** Kimia Sheikholeslami  
Kelvin H.S., Winnipeg, MB  
Melissa Wong  
St. John's-Ravenscourt School, Winnipeg, MB  
Jiageng (Michael) Wu  
St. John's-Ravenscourt School, Winnipeg, MB

---

### MEILLEURS DE MANITOBA – 11e ANNÉE

**Prix médaille d'or :** Seunghyun Lee  
Grant Park H.S., Winnipeg, MB  
David Liu  
Fort Richmond Collegiate, Winnipeg, MB

**Prix médaille d'argent :** Danheng Shen  
St. John's-Ravenscourt School, Winnipeg, MB

**Prix médaille de bronze :** Hong Ji Youn  
St. John's-Ravenscourt School, Winnipeg, MB

**Tableau d'honneur :** Eleanor Fascione  
Balmoral Hall School, Winnipeg, MB  
Ki Beom Lee  
Fort Richmond Collegiate, Winnipeg, MB  
Shuyi Wu  
Fort Richmond Collegiate, Winnipeg, MB

---

### MEILLEURS DE MANITOBA – 10e ANNÉE

**Prix médaille d'or :** Jay (Jaewoo) Lee  
Fort Richmond Collegiate, Winnipeg, MB

**Prix médaille d'argent :** Victor Li  
St. John's-Ravenscourt School, Winnipeg, MB

**Prix médaille de bronze :** Fei Hong  
St. John's-Ravenscourt School, Winnipeg, MB

	Brian Lee St. John's-Ravenscourt School, Winnipeg, MB
<b>Tableau d'honneur :</b>	Joseph Asaminew St. John's-Ravenscourt School, Winnipeg, MB

---

**MEILLEURS DE MANITOBA – 9e ANNÉE**


---

<b>Prix médaille d'or :</b>	Michael Pang St. John's-Ravenscourt School, Winnipeg, MB
-----------------------------	---

*(Aucun lauréat au niveau de la 8e année en Manitoba)*

---

**CHAMPIONS DE L'ONTARIO**


---

<b>Prix médaille d'or :</b>	Matthew Brennan Upper Canada College, Toronto, ON
<b>Prix médaille d'argent :</b>	James Rickards Colonel By Secondary School, Gloucester, ON
<b>Prix médaille de bronze :</b>	Kevin Zhou Woburn Collegiate Institute, Scarborough, ON
<b>Tableau d'honneur :</b>	Vitalik Buterin The Abelard School, Toronto, ON Bobby Qiu Don Mills C.I., North York, ON Alvin Yonathan Sukmadji Earl Haig Secondary School, North York, ON Heng (Henry) Tang Vaughan Secondary School, Thornhill, ON Fei Wu Upper Canada College, Toronto, ON Bill Zhao A.Y. Jackson S.S., North York, ON

---

**MEILLEURS DE L'ONTARIO – 12e ANNÉE**


---

<b>Prix médaille d'or :</b>	Matthew Brennan Upper Canada College, Toronto, ON
<b>Prix médaille d'argent :</b>	James Rickards Colonel By Secondary School, Gloucester, ON
<b>Prix médaille de bronze :</b>	Kevin Zhou Woburn Collegiate Institute, Scarborough, ON
<b>Tableau d'honneur :</b>	Vitalik Buterin The Abelard School, Toronto, ON Alvin Yonathan Sukmadji Earl Haig Secondary School, North York, ON Heng (Henry) Tang Vaughan Secondary School, Thornhill, ON

Bill Zhao  
A.Y. Jackson S.S., North York, ON

---

### MEILLEURS DE L'ONTARIO – 11e ANNÉE

**Prix médaille d'or :** Bobby Qiu  
Don Mills C.I., North York, ON

**Prix médaille d'argent :** Daniel Hui  
Woburn Collegiate Institute, Scarborough, ON

**Prix médaille de bronze :** Dong Won Kang  
North Toronto C.I., Toronto, ON  
Qian (David) Liang  
A.Y. Jackson S.S., North York, ON  
Yuanhao Wei  
Earl of March S.S., Kanata, ON

**Tableau d'honneur :** Daniel Spivak  
Vaughan Secondary School, Thornhill, ON  
Shun Da (Simon) Suo  
Olympiads School, North York, ON  
Ray Wang  
A.Y. Jackson S.S., North York, ON  
Yuchen Xia  
Earl Haig Secondary School, North York, ON  
Peter Xie  
Don Mills C.I., North York, ON  
Dennis Xu  
Abbey Park H.S., Oakville, ON  
Leslie Ying  
University of Toronto Schools, Toronto, ON  
Michael Zhu  
Lisgar Collegiate Institute, Ottawa, ON

---

### MEILLEURS DE L'ONTARIO – 10e ANNÉE

**Prix médaille d'or :** Fei Wu  
Upper Canada College, Toronto, ON

**Prix médaille d'argent :** Letian Chen  
Hon. Vincent Massey S. S. , Windsor, ON

**Prix médaille de bronze :** Xiaoze (Jerry) Wu  
Marc Garneau C.I., Toronto, ON  
Reena Zhan  
University of Toronto Schools, Toronto, ON  
Tony Zou  
Bell High School, Nepean, ON

**Tableau d'honneur :** Chen Chang  
Hon. Vincent Massey S. S. , Windsor, ON



Jiaqi Dong  
Don Mills C.I., North York, ON  
Billy Jin  
Waterloo C.I., Waterloo, ON  
Johnny Tang  
Markham D.H.S., Markham, ON  
Jerry Wang  
Cawthra Park S.S., Mississauga, ON

---

**MEILLEURS DE L'ONTARIO – 9e ANNÉE**

**Prix médaille d'or :** Yusuf Safadi  
Abbey Park H.S., Oakville, ON

**Prix médaille d'argent :** Rongxin (Richard) Du  
Marc Garneau C.I., Toronto, ON

**Prix médaille de bronze :** Gloria (Yuliang) Fang  
University of Toronto Schools, Toronto, ON

**Tableau d'honneur :** Jane Du  
The Woodlands School, Mississauga, ON  
Tim Min  
Waterloo C.I., Waterloo, ON  
Hang Yi Xiong  
Brookfield High School, Ottawa, ON  
Ben (Yi Xian) Zhang  
Woburn Collegiate Institute, Scarborough, ON

---

**MEILLEURS DE L'ONTARIO – 8e ANNÉE OU MOINS**

**Prix médaille d'or :** Ben Wei  
Olympiads School, North York, ON

**Prix médaille d'argent :** Elbert Lai  
Waterloo C.I., Waterloo, ON

**Prix médaille de bronze :** Dan Ursu  
Hon. Vincent Massey S. S. , Windsor, ON  
Bill (Hanyu) Zhu  
Valleys Senior Public School, Mississauga, ON

**Tableau d'honneur :** Thomas Ricciotti  
Math Challenge at Western, London, ON  
Kai Sun  
Math Challenge at Western, London, ON  
Michael Zou  
Eglinton Jr.P.S., Toronto, ON

**CHAMPIONS DE QUÉBEC**

---

<b>Prix médaille d'or :</b>	Xue Si Cai Marianopolis College, Westmount, QC
<b>Prix médaille d'argent :</b>	Gordon Hua Marianopolis College, Westmount, QC
<b>Prix médaille de bronze :</b>	Yu Yang Liu Marianopolis College, Westmount, QC
<b>Tableau d'honneur :</b>	Joseph Alacchi Marianopolis College, Westmount, QC Jranqiu Chen Marianopolis College, Westmount, QC Wenyu Chen Champlain St-Lawrence, Québec, QC Shida Li Marianopolis College, Westmount, QC Igor Sadikov Marianopolis College, Westmount, QC

**MEILLEURS DE QUÉBEC – 12e ANNÉE OU CÉGEP**

---

<b>Prix médaille d'or :</b>	Xue Si Cai Marianopolis College, Westmount, QC
<b>Prix médaille d'argent :</b>	Gordon Hua Marianopolis College, Westmount, QC
<b>Prix médaille de bronze :</b>	Yu Yang Liu Marianopolis College, Westmount, QC
<b>Tableau d'honneur :</b>	Joseph Alacchi Marianopolis College, Westmount, QC Jranqiu Chen Marianopolis College, Westmount, QC Wenyu Chen Champlain St-Lawrence, Québec, QC Shida Li Marianopolis College, Westmount, QC Igor Sadikov Marianopolis College, Westmount, QC

**MEILLEURS DE QUÉBEC – 11e ANNÉE**

---

<b>Prix médaille d'or :</b>	Fredric Lam Centennial Reg. H.S., Greenfield Park, QC
<b>Prix médaille d'argent :</b>	Karen Butt Lower Canada College, Montreal, QC
<b>Prix médaille de bronze :</b>	Sean Segal Lower Canada College, Montreal, QC

**Tableau d'honneur :**

David Marcovitch  
Lower Canada College, Montreal, QC

Emily Tiberi  
Lower Canada College, Montreal, QC

Yingda Wang  
Collège Sainte-Anne de Lachine, Lachine, QC

*(Aucun lauréat au niveau de la 8e, 9e et 10e année en Québec)*

#### **CHAMPIONS DE NOUVEAU-BRUNSWICK**

---

**Prix médaille d'or :** Tim McLean  
Fredericton H.S., Fredericton, NB

**Prix médaille d'argent :** Yuhuai Tony Wu  
Fredericton H.S., Fredericton, NB

**Prix médaille de bronze :** James Beirne  
Fredericton H.S., Fredericton, NB

**Tableau d'honneur :** Yusing Gu  
Bernice MacNaughton High School, Moncton, NB

David Landry  
Fredericton H.S., Fredericton, NB

Sophie Sun  
Fredericton H.S., Fredericton, NB

#### **MEILLEURS DE NOUVEAU-BRUNSWICK – 12e ANNÉE**

---

**Prix médaille d'or :** Tim McLean  
Fredericton H.S., Fredericton, NB

**Prix médaille d'argent :** James Beirne  
Fredericton H.S., Fredericton, NB

**Prix médaille de bronze :** Sophie Sun  
Fredericton H.S., Fredericton, NB

**Tableau d'honneur :** Yusing Gu  
Bernice MacNaughton High School, Moncton, NB

Yu Sang Hu  
Fredericton H.S., Fredericton, NB

David Landry  
Fredericton H.S., Fredericton, NB

#### **MEILLEURS DE NOUVEAU-BRUNSWICK – 11e ANNÉE**

---

**Prix médaille d'or :** Yuhuai Tony Wu  
Fredericton H.S., Fredericton, NB

*(Aucun lauréat au niveau de la 8e, 9e et 10e année en Nouveau-Brunswick)*

**CHAMPIONS DE ÎLE-DU-PRINCE-ÉDOUARD**

---

<b>Prix médaille d'or :</b>	Chloe Guo Colonel Gray Sr. H.S, Charlottetown, PE
<b>Prix médaille d'argent :</b>	Thunder (Pei Ting) Zheng Colonel Gray Sr. H.S, Charlottetown, PE
<b>Prix médaille de bronze :</b>	Yedda Li Colonel Gray Sr. H.S, Charlottetown, PE

**MEILLEURS DE ÎLE-DU-PRINCE-ÉDOUARD – 12e ANNÉE**

---

<b>Prix médaille d'or :</b>	Chloe Guo Colonel Gray Sr. H.S, Charlottetown, PE
<b>Prix médaille d'argent :</b>	Thunder (Pei Ting) Zheng Colonel Gray Sr. H.S, Charlottetown, PE
<b>Prix médaille de bronze :</b>	Yedda Li Colonel Gray Sr. H.S, Charlottetown, PE

*(Aucun lauréat au niveau de la 8e, 9e, 10e et 11e année en Île-du-Prince-Édouard)*

**CHAMPIONS DE NOUVELLE-ÉCOSSE**

---

<b>Prix médaille d'or :</b>	Xuelu Feng Horton High School, Wolfville, NS
<b>Prix médaille d'argent :</b>	Peter Graves-Akerley Charles P. Allen H.S., Bedford, NS
<b>Prix médaille de bronze :</b>	Wesley Fisher Dartmouth H.S., Dartmouth, NS
<b>Tableau d'honneur :</b>	Sarah Hyatt Charles P. Allen H.S., Bedford, NS Stefan Keselj Charles P. Allen H.S., Bedford, NS Minseok Kim Charles P. Allen H.S., Bedford, NS Jiaqi Li Horton High School, Wolfville, NS

**MEILLEURS DE NOUVELLE-ÉCOSSE – 12e ANNÉE**

---

<b>Prix médaille d'or :</b>	Xuelu Feng Horton High School, Wolfville, NS
<b>Prix médaille d'argent :</b>	Peter Graves-Akerley Charles P. Allen H.S., Bedford, NS
<b>Prix médaille de bronze :</b>	Wesley Fisher Dartmouth H.S., Dartmouth, NS

**Tableau d'honneur :**

Peter Fawcett  
Horton High School, Wolfville, NS

Sarah Hyatt  
Charles P. Allen H.S., Bedford, NS

Jiaqi Li  
Horton High School, Wolfville, NS

---

**MEILLEURS DE NOUVELLE-ÉCOSSE – 11e ANNÉE**

---

**Prix médaille d'or :** Dwayne Wang  
Springhill High School, Springhill, NS

---

**MEILLEURS DE NOUVELLE-ÉCOSSE – 10e ANNÉE**

---

**Prix médaille d'or :** Stefan Keselj  
Charles P. Allen H.S., Bedford, NS

**Prix médaille d'argent :** Minseok Kim  
Charles P. Allen H.S., Bedford, NS

*(Aucun lauréat au niveau de la 8e et 9e année en Nouvelle-Écosse)*

---

**CHAMPIONS DE TERRE-NEUVE-ET-LABRADOR**

---

**Prix médaille d'or :** Damian White  
Queen Elizabeth Reg. H.S., Conception Bay South, NL

---

**MEILLEURS DE TERRE-NEUVE-ET-LABRADOR – 12e ANNÉE**

---

**Prix médaille d'or :** Damian White  
Queen Elizabeth Reg. H.S., Conception Bay South, NL

*(Aucun lauréat au niveau de la 8e, 9e, 10e et 11e année en Terre-Neuve-et-Labrador)*

**PRIX RÉGIONAUX****CHAMPIONS DE CENTRE DE L'ONTARIO**

---

<b>Prix médaille d'or :</b>	Heng (Henry) Tang Vaughan Secondary School, Thornhill, ON
<b>Prix médaille d'argent :</b>	Freid Tong The Woodlands School, Mississauga, ON
<b>Prix médaille de bronze :</b>	Simon Ang Li Glenforest Secondary School, Mississauga, ON  Yusuf Safadi Abbey Park H.S., Oakville, ON  Daniel Spivak Vaughan Secondary School, Thornhill, ON  Johnny Tang Markham D.H.S., Markham, ON  Dennis Xu Abbey Park H.S., Oakville, ON  Haoling (James) Yan Unionville H.S., Markham, ON
<b>Tableau d'honneur :</b>	Michael Chan Thornhill S.S., Thornhill, ON  Yishi Sun White Oaks Secondary School, Oakville, ON  Jerry Wang Cawthra Park S.S., Mississauga, ON

**MEILLEURS DE CENTRE DE L'ONTARIO – 12e ANNÉE**

---

<b>Prix médaille d'or :</b>	Heng (Henry) Tang Vaughan Secondary School, Thornhill, ON  Freid Tong The Woodlands School, Mississauga, ON
<b>Prix médaille d'argent :</b>	Simon Ang Li Glenforest Secondary School, Mississauga, ON  Haoling (James) Yan Unionville H.S., Markham, ON
<b>Prix médaille de bronze :</b>	Michael Chan Thornhill S.S., Thornhill, ON
<b>Tableau d'honneur :</b>	SeungJin An St. Andrew's College, Aurora, ON  Vanessa Deng Unionville H.S., Markham, ON  Zhi Hao Ouyang The Woodlands School, Mississauga, ON

Arun Sithamparapillai  
 Markham D.H.S., Markham, ON  
 Yishi Sun  
 White Oaks Secondary School, Oakville, ON

---

### MEILLEURS DE CENTRE DE L'ONTARIO – 11e ANNÉE

**Prix médaille d'or :** Daniel Spivak  
 Vaughan Secondary School, Thornhill, ON  
 Dennis Xu  
 Abbey Park H.S., Oakville, ON

**Prix médaille d'argent :** Ted Ying  
 The Woodlands School, Mississauga, ON

**Prix médaille de bronze :** Tom Huang  
 Richmond Hill H.S., Richmond Hill, ON

**Tableau d'honneur :** David Pechersky  
 Vaughan Secondary School, Thornhill, ON  
 Bryan Qiu  
 Richmond Hill H.S., Richmond Hill, ON  
 Haochen Sang  
 The Woodlands School, Mississauga, ON

---

### MEILLEURS DE CENTRE DE L'ONTARIO – 10e ANNÉE

**Prix médaille d'or :** Johnny Tang  
 Markham D.H.S., Markham, ON

**Prix médaille d'argent :** Jerry Wang  
 Cawthra Park S.S., Mississauga, ON

**Prix médaille de bronze :** Sang Woo Park  
 King's Christian Collegiate, Oakville, ON

**Tableau d'honneur :** Jeff Kim  
 King's Christian Collegiate, Oakville, ON  
 Yu-Jin Lee  
 Abbey Park H.S., Oakville, ON  
 Ceginna Xingyi Shi  
 Vaughan Secondary School, Thornhill, ON  
 Yi Michael Xu  
 Vaughan Secondary School, Thornhill, ON

---

### MEILLEURS DE CENTRE DE L'ONTARIO – 9e ANNÉE

**Prix médaille d'or :** Yusuf Safadi  
 Abbey Park H.S., Oakville, ON

**Prix médaille d'argent :** Jane Du  
 The Woodlands School, Mississauga, ON

**MEILLEURS DE CENTRE DE L'ONTARIO – 8e ANNÉE OU MOINS**

---

**Prix médaille d'or :** Bill (Hanyu) Zhu  
Valleys Senior Public School, Mississauga, ON

**CHAMPIONS DE L'EST DE L'ONTARIO**

---

**Prix médaille d'or :** James Rickards  
Colonel By Secondary School, Gloucester, ON

**Prix médaille d'argent :** Simon Li  
Bell High School, Nepean, ON  
Yuanhao Wei  
Earl of March S.S., Kanata, ON  
Tony Zou  
Bell High School, Nepean, ON

**Prix médaille de bronze :** Michael Zhu  
Lisgar Collegiate Institute, Ottawa, ON

**Tableau d'honneur :** Bailey Gu  
Lisgar Collegiate Institute, Ottawa, ON  
Toby Kao  
Gloucester H.S., Gloucester, ON  
Lauryn Peng  
Bell High School, Nepean, ON  
Jesse K. Wang  
Lisgar Collegiate Institute, Ottawa, ON  
Sunny Wang  
Bell High School, Nepean, ON

**MEILLEURS DE L'EST DE L'ONTARIO – 12e ANNÉE**

---

**Prix médaille d'or :** James Rickards  
Colonel By Secondary School, Gloucester, ON

**Prix médaille d'argent :** Simon Li  
Bell High School, Nepean, ON

**Prix médaille de bronze :** Lauryn Peng  
Bell High School, Nepean, ON

**Tableau d'honneur :** Wanyi Cui  
Glebe Collegiate Institute, Ottawa, ON  
Dominic Ling  
St. Matthew H.S., Orleans, ON  
Geoffry Song  
Lisgar Collegiate Institute, Ottawa, ON  
Joe Su  
Lisgar Collegiate Institute, Ottawa, ON  
Kendall Wen  
Lisgar Collegiate Institute, Ottawa, ON



Kevin Wu  
Colonel By Secondary School, Gloucester, ON  
Michael Yu  
Bell High School, Nepean, ON

---

### MEILLEURS DE L'EST DE L'ONTARIO – 11e ANNÉE

**Prix médaille d'or :** Yuanhao Wei  
Earl of March S.S., Kanata, ON

**Prix médaille d'argent :** Michael Zhu  
Lisgar Collegiate Institute, Ottawa, ON

**Prix médaille de bronze :** Jesse K. Wang  
Lisgar Collegiate Institute, Ottawa, ON  
Sunny Wang  
Bell High School, Nepean, ON

**Tableau d'honneur :** Nicole Chassin  
Lisgar Collegiate Institute, Ottawa, ON  
Bailey Gu  
Lisgar Collegiate Institute, Ottawa, ON  
Richard Liu  
Lisgar Collegiate Institute, Ottawa, ON

---

### MEILLEURS DE L'EST DE L'ONTARIO – 10e ANNÉE

**Prix médaille d'or :** Tony Zou  
Bell High School, Nepean, ON

**Prix médaille d'argent :** Toby Kao  
Gloucester H.S., Gloucester, ON

**Prix médaille de bronze :** Stephen Xu  
Bell High School, Nepean, ON

**Tableau d'honneur :** Ameen Ismail  
Merivale H.S., Nepean, ON  
Robbin Xu  
Lisgar Collegiate Institute, Ottawa, ON

---

### MEILLEURS DE L'EST DE L'ONTARIO – 9e ANNÉE

**Prix médaille d'or :** Hang Yi Xiong  
Brookfield High School, Ottawa, ON

**Prix médaille d'argent :** Shengjin (Emily) Wang  
Colonel By Secondary School, Gloucester, ON

*(Aucun lauréat au niveau de la 8e année en l'est de l'Ontario)*

**CHAMPIONS DE NORD DE L'ONTARIO**

---

<b>Prix médaille d'or :</b>	Taaron Vainio Sir Winston Churchill C.V.I., Thunder Bay, ON
<b>Prix médaille d'argent :</b>	Tyler Sanderson Manitouwadge High School, Manitouwadge, ON
<b>Prix médaille de bronze :</b>	Shawn Gong Sir Winston Churchill C.V.I., Thunder Bay, ON
<b>Tableau d'honneur :</b>	YunYu Wang Sir Winston Churchill C.V.I., Thunder Bay, ON

**MEILLEURS DE NORD DE L'ONTARIO – 12e ANNÉE**

---

<b>Prix médaille d'or :</b>	Taaron Vainio Sir Winston Churchill C.V.I., Thunder Bay, ON
<b>Prix médaille d'argent :</b>	Tyler Sanderson Manitouwadge High School, Manitouwadge, ON
<b>Prix médaille de bronze :</b>	YunYu Wang Sir Winston Churchill C.V.I., Thunder Bay, ON

**MEILLEURS DE NORD DE L'ONTARIO – 10e ANNÉE**

---

<b>Prix médaille d'or :</b>	Shawn Gong Sir Winston Churchill C.V.I., Thunder Bay, ON
-----------------------------	---

*(Aucun lauréat au niveau de la 8e, 9e et 11e année en le Nord de l'Ontario)*

**CHAMPIONS DE SUD-OUEST DE L'ONTARIO**

---

<b>Prix médaille d'or :</b>	Letian Chen Hon. Vincent Massey S. S. , Windsor, ON
<b>Prix médaille d'argent :</b>	Sean-Xiaonan Lu Hon. Vincent Massey S. S. , Windsor, ON David Yu Hon. Vincent Massey S. S. , Windsor, ON
<b>Prix médaille de bronze :</b>	Hunter Qin Hon. Vincent Massey S. S. , Windsor, ON
<b>Tableau d'honneur :</b>	Harry Bang Hon. Vincent Massey S. S. , Windsor, ON Anton Borissov Waterloo C.I., Waterloo, ON Chen Chang Hon. Vincent Massey S. S. , Windsor, ON Tina Fang A. B. Lucas Secondary School, London, ON Billy Jin Waterloo C.I., Waterloo, ON

**MEILLEURS DE SUD-OUEST DE L'ONTARIO – 12e ANNÉE**

---

<b>Prix médaille d'or :</b>	Sean-Xiaonan Lu Hon. Vincent Massey S. S. , Windsor, ON David Yu Hon. Vincent Massey S. S. , Windsor, ON
<b>Prix médaille d'argent :</b>	Hunter Qin Hon. Vincent Massey S. S. , Windsor, ON
<b>Prix médaille de bronze :</b>	Anton Borissov Waterloo C.I., Waterloo, ON
<b>Tableau d'honneur :</b>	Harry Bang Hon. Vincent Massey S. S. , Windsor, ON Yan Hung (Matt) Ng A. B. Lucas Secondary School, London, ON Jay Woo London Central S. S., London, ON Fan Yang A. B. Lucas Secondary School, London, ON

**MEILLEURS DE SUD-OUEST DE L'ONTARIO – 11e ANNÉE**

---

<b>Prix médaille d'or :</b>	Tina Fang A. B. Lucas Secondary School, London, ON
<b>Prix médaille d'argent :</b>	Alexandru Gatea Waterloo C.I., Waterloo, ON Justin Jeong A. B. Lucas Secondary School, London, ON
<b>Prix médaille de bronze :</b>	Alex Lee Waterloo C.I., Waterloo, ON Wuhan Zhou Hon. Vincent Massey S. S. , Windsor, ON
<b>Tableau d'honneur :</b>	Ryan Kim Math Challenge at Western, London, ON Angus Kong Hon. Vincent Massey S. S. , Windsor, ON Jerry Liu Waterloo C.I., Waterloo, ON Shawn Liu Hon. Vincent Massey S. S. , Windsor, ON Vasu Sareen Math Challenge at Western, London, ON Weiwei-Bing Zhang Hon. Vincent Massey S. S. , Windsor, ON

**MEILLEURS DE SUD-OUEST DE L'ONTARIO – 10e ANNÉE**

---

<b>Prix médaille d'or :</b>	Letian Chen Hon. Vincent Massey S. S. , Windsor, ON
<b>Prix médaille d'argent :</b>	Chen Chang Hon. Vincent Massey S. S. , Windsor, ON
<b>Prix médaille de bronze :</b>	Billy Jin Waterloo C.I., Waterloo, ON
<b>Tableau d'honneur :</b>	Victoria Cao Hon. Vincent Massey S. S. , Windsor, ON Jerry Feng Sandwich Secondary School, LaSalle, ON Yuwei Xu Hon. Vincent Massey S. S. , Windsor, ON

**MEILLEURS DE SUD-OUEST DE L'ONTARIO – 9e ANNÉE**

---

<b>Prix médaille d'or :</b>	Tim Min Waterloo C.I., Waterloo, ON
-----------------------------	--

**MEILLEURS DE SUD-OUEST DE L'ONTARIO – 8e ANNÉE OU MOINS**

---

<b>Prix médaille d'or :</b>	Elbert Lai Waterloo C.I., Waterloo, ON
<b>Prix médaille d'argent :</b>	Dan Ursu Hon. Vincent Massey S. S. , Windsor, ON
<b>Prix médaille de bronze :</b>	Thomas Ricciotti Math Challenge at Western, London, ON
<b>Tableau d'honneur :</b>	Kai Sun Math Challenge at Western, London, ON Joe Zhang Hon. Vincent Massey S. S. , Windsor, ON

**CHAMPIONS DE TORONTO**

---

<b>Prix médaille d'or :</b>	Matthew Brennan Upper Canada College, Toronto, ON
<b>Prix médaille d'argent :</b>	Kevin Zhou Woburn Collegiate Institute, Scarborough, ON
<b>Prix médaille de bronze :</b>	Vitalik Buterin The Abelard School, Toronto, ON
<b>Tableau d'honneur :</b>	Daniel Hui Woburn Collegiate Institute, Scarborough, ON Sally Li Marc Garneau C.I., Toronto, ON Bobby Qiu Don Mills C.I., North York, ON

Alvin Yonathan Sukmadji  
Earl Haig Secondary School, North York, ON

Fei Wu  
Upper Canada College, Toronto, ON

Shi Qi Xiao  
Albert Campbell Collegiate Institute, Toronto, ON

Eric Zhan  
University of Toronto Schools, Toronto, ON

Bill Zhao  
A.Y. Jackson S.S., North York, ON

Albert Zheng  
A.Y. Jackson S.S., North York, ON

---

### MEILLEURS DE TORONTO – 12e ANNÉE

**Prix médaille d'or :** Matthew Brennan  
Upper Canada College, Toronto, ON

**Prix médaille d'argent :** Kevin Zhou  
Woburn Collegiate Institute, Scarborough, ON

**Prix médaille de bronze :** Vitalik Buterin  
The Abelard School, Toronto, ON

**Tableau d'honneur :** Sally Li  
Marc Garneau C.I., Toronto, ON

Alvin Yonathan Sukmadji  
Earl Haig Secondary School, North York, ON

Shi Qi Xiao  
Albert Campbell Collegiate Institute, Toronto, ON

Eric Zhan  
University of Toronto Schools, Toronto, ON

Bill Zhao  
A.Y. Jackson S.S., North York, ON

Albert Zheng  
A.Y. Jackson S.S., North York, ON

---

### MEILLEURS DE TORONTO – 11e ANNÉE

**Prix médaille d'or :** Bobby Qiu  
Don Mills C.I., North York, ON

**Prix médaille d'argent :** Daniel Hui  
Woburn Collegiate Institute, Scarborough, ON

**Prix médaille de bronze :** Dong Won Kang  
North Toronto C.I., Toronto, ON

Qian (David) Liang  
A.Y. Jackson S.S., North York, ON

**Tableau d'honneur :** Shun Da (Simon) Suo  
Olympiads School, North York, ON

Ray Wang  
A.Y. Jackson S.S., North York, ON  
Yuchen Xia  
Earl Haig Secondary School, North York, ON  
Peter Xie  
Don Mills C.I., North York, ON  
Leslie Ying  
University of Toronto Schools, Toronto, ON

---

**MEILLEURS DE TORONTO – 10e ANNÉE**

---

**Prix médaille d'or :** Fei Wu  
Upper Canada College, Toronto, ON

**Prix médaille d'argent :** Xiaoze (Jerry) Wu  
Marc Garneau C.I., Toronto, ON  
Reena Zhan  
University of Toronto Schools, Toronto, ON

**Prix médaille de bronze :** Jiaqi Dong  
Don Mills C.I., North York, ON

**Tableau d'honneur :** Justin Chai  
Upper Canada College, Toronto, ON  
Michael Chow  
Albert Campbell Collegiate Institute, Toronto, ON  
Sherry Guo  
Martingrove Collegiate Institute, Toronto, ON  
Henry Wu  
University of Toronto Schools, Toronto, ON  
Samuel Wu  
Northern S.S., Toronto, ON

---

**MEILLEURS DE TORONTO – 9e ANNÉE**

---

**Prix médaille d'or :** Rongxin (Richard) Du  
Marc Garneau C.I., Toronto, ON

**Prix médaille d'argent :** Gloria (Yuliang) Fang  
University of Toronto Schools, Toronto, ON

**Prix médaille de bronze :** Ben (Yi Xian) Zhang  
Woburn Collegiate Institute, Scarborough, ON

**Tableau d'honneur :** Kinton Cheung  
Upper Canada College, Toronto, ON  
Ally Yu  
Dr. Norman Bethune C.I., Scarborough, ON  
William Zou  
North Toronto C.I., Toronto, ON

**MEILLEURS DE TORONTO – 8e ANNÉE OU MOINS**

---

**Prix médaille d'or :** Ben Wei  
Olympiads School, North York, ON

**Prix médaille d'argent :** Michael Zou  
Eglinton Jr.P.S., Toronto, ON

### Prix de participation du DOCM 2011

Un générateur de nombres aléatoires a servi à la sélection du gagnant du Grand Prix et des gagnants parmi des groupes nominaux de trente élèves. Au total, 445 prix de participation ont été attribués.

Le Grand Prix de 1 000 \$ a été remis à Adam Albogatchiev de l'école secondaire Glenforest de Mississauga (Ontario).

Les élèves ci-dessous ont gagné un t-shirt du DOCM 2011 de la SMC :

#### A

---

- **Adam, Braeden** of Our Lady of Mount Carmel (Windsor, ON)
- **Ahmed, Zaman** of Webber Academy (Calgary, AB)
- **Ahn, Kurt** of Lord Byng S.S. (Vancouver, BC)
- **Ahn, Suyeon** of Assumption College School (Windsor, ON)
- **Ai, Shihan** of A.Y. Jackson S.S. (North York, ON)
- **Alam, Rejuana** of Northern S.S. (Toronto, ON)
- **Alteen, Dianna** of Corner Brook Regional High (Corner Brook, NL)
- **Artymouicz, Adam** of Northern S.S. (Toronto, ON)
- **Ashbourne, Paul** of Aurora High School (Aurora, ON)
- **Ashimova, Altynay** of Bodwell H.S. (North Vancouver, BC)
- **Au-Yeung, Timothy** of Hon. W. C. Kennedy C.I. (Windsor, ON)

#### B

---

- **Bagheri, Moeen** of Leo Hayes H.S. (Fredericton, NB)
- **Bai, Edward** of A.Y. Jackson S.S. (North York, ON)
- **Barnett, Steven** of North Toronto C.I. (Toronto, ON)
- **Belov, Denis** of Bodwell H.S. (North Vancouver, BC)
- **Bharwani, Nash** of Richmond Hill H.S. (Richmond Hill, ON)
- **Bhatti, Irwind** of Southpointe Academy (Delta, BC)
- **Blanchard, Martin** of Collège de Bois-de-Boulogne (Montreal, QC)
- **Bleyan, Hrayr** of Lawrence Park Collegiate Institute (Toronto, ON)
- **Bontlees, Liam** of Mount Prevost MS, Duncan, BC (Duncan, BC)
- **Boughn, Ameila** of St. Clement's School (Toronto, ON)
- **Brigdan, Matthew** of Queen Elizabeth H.S. (Calgary, AB)
- **Buda, Sergiu** of John Taylor C.I. (Winnipeg, MB)

#### C

---

- **Cagalawan, James** of Francis Libermann C.H.S. (Scarborough, ON)
- **Cai, Gary (Zi Peng)** of Agincourt Collegiate Institute (Scarborough, ON)



- **Cai, Xue Si** of Marianopolis College (Westmount, QC)
- **Cao, Victoria** of Hon. Vincent Massey S. S. (Windsor, ON)
- **Catz, Astrid** of Stephen Lewis S.S. (Thornhill, ON)
- **Chai, Justin** of Upper Canada College (Toronto, ON)
- **Chan, Calvin Lie Chi** of Pickering College (Newmarket, ON)
- **Chan, Jeremy** of John Fraser Secondary School (Mississauga, ON)
- **Chan, Jia-Ying** of College St. Louis (Lasalle, QC)
- **Chan, Yu Ching Jay** of St. Margaret's School (Victoria, BC)
- **Chao, Yu-Hsin (Jerry)** of Bodwell H.S. (North Vancouver, BC)
- **Chapman, Mike** of Osgoode Township High School (Metcalfe, ON)
- **Cheang, Kevin** of Windermere Secondary (Vancouver, BC)
- **Chen, Flora** of Port Credit Secondary School (Mississauga, ON)
- **Chen, Harley** of Richmond S.S. (Richmond, BC)
- **Chen, Jackson** of Sir Winston Churchill High School (Calgary, AB)
- **Chen, Jaden** of Lorne Park S.S. (Mississauga, ON)
- **Chen, Tiffany** of St. Margaret's School (Victoria, BC)
- **Chen, Tina** of Canada International College (Scarborough, ON)
- **Chen, Yajing** of Georges Vanier S.S. (North York, ON)
- **Chen, Yingru** of London Int'l Academy (London, ON)
- **Chen, Yongfan** of York Mills C.I. (North York, ON)
- **Chen, You** of Semiahmoo Secondary School (Surrey, BC)
- **Cheng, Dylan** of Dr. Norman Bethune C.I. (Scarborough, ON)
- **Cheng, Lou** of Collège Jean de Brebeuf (Montréal, QC)
- **Cheng, Vicky** of Agincourt Collegiate Institute (Scarborough, ON)
- **Chiu, Isabella** of University of Toronto Schools (Toronto, ON)
- **Chong, Sherman** of Canada International College (Scarborough, ON)
- **Chow, Mandee** of Henry Wise Wood Sr. H.S (Calgary, AB)
- **Chu, Eddie** of Argyle S.S. (North Vancouver, BC)
- **Chu, Lavina** of John Fraser Secondary School (Mississauga, ON)
- **Chu, Weilian** of Old Scona Academic School (Edmonton, AB)
- **Colquhoun, Sarah** of Bell High School (Nepean, ON)
- **Corkett, Duane** of McNally Comp. H.S. (Edmonton, AB)
- **Critak, Nico** of Iroquois Ridge High School (Oakville, ON)

---

**D**

- **d'Eugenio, Giuseppe** of Vanier College (Saint-Laurent, QC)
- **Dale, Alex** of St. Matthew H.S. (Orleans, ON)
- **Daniels, Alan** of St. Andrew's College (Aurora, ON)
- **Dao, Andy** of William Lyon Mackenzie CI (North York, ON)
- **Davies, Bobby** of Port Credit Secondary School (Mississauga, ON)
- **Deschamps, David** of Hillfield-Strathallan Coll. H.S. (Hamilton, ON)
- **Ding, Yizhuo** of Columbia International College (Hamilton, ON)
- **Ding, Yujia** of Champlain Regional College (Saint-Lambert, QC)
- **Dong, You (York)** of Lord Byng S.S. (Vancouver, BC)
- **Downey, Eva** of Balmoral Hall School (Winnipeg, MB)
- **Drolet, Charles** of Cégep de Sherbrooke (Sherbrooke, QC)

- **Du, Eugene** of Western Canada H.S. (Calgary, AB)
- **Duan, Sylvia** of St. Margaret's School (Victoria, BC)
- **Dubé, Félix** of Collège de Bois-de-Boulogne (Montreal, QC)

---

**E**

---

- **Elamuhilan, Janushan** of Morrish Public School (Scarborough, ON)
- **ElSayed, Tasneem** of John Fraser Secondary School (Mississauga, ON)
- **Enkin Lewis, Shlomo** of Grant Park H.S. (Winnipeg, MB)
- **Ergina, Sam** of Lower Canada College (Montreal, QC)
- **Evans, Stuart** of Sandwich Secondary School (LaSalle, ON)

---

**F**

---

- **Fan, Henry** of Oakville Trafalgar High School (Oakville, ON)
- **Feng, Tuo** of Canada International College (Scarborough, ON)
- **Feng, Yi Hui** of Collège Jean de Brebeuf (Montréal, QC)
- **Fenlon, Fionna** of Sir Winston Churchill C.V.I. (Thunder Bay, ON)
- **Fisher, Katie** of Sir John A. Macdonald S.S. (Waterloo, ON)

---

**G**

---

- **Gao, HanYang** of Vancouver College H.S. (Vancouver, BC)
- **Gerard, Christophe** of Walter Murray Collegiate (Saskatoon, SK)
- **Ghassemi, Taha** of John Abbott College (Ste Ann de Bellevue, QC)
- **Giesbrecht, Carissa** of Monsignor J. Pereyma (Oshawa, ON)
- **Gilrola, Mitchell** of Leo Hayes H.S. (Fredericton, NB)
- **Gomolin, ArieH** of Marianopolis College (Westmount, QC)
- **Gong, Shawn** of Sir Winston Churchill C.V.I. (Thunder Bay, ON)
- **Goring, Spencer** of New Westminster S.S. (New Westminster, BC)
- **Gorovikov, Vladimir** of Centennial Collegiate (Saskatoon, SK)
- **Goulet-Bourdon, Maxime** of Champlain Regional College (Saint-Lambert, QC)
- **Grande, Antonio** of Vanier College (Saint-Laurent, QC)
- **Groves, Lucas** of Clarenville High School (Clarenville, NL)
- **Gu, An** of Magee S.S. (Vancouver, BC)
- **Guo, Feng** of Don Mills C.I. (North York, ON)

---

**H**

---

- **Hahm, Hyoung Jo (Jason)** of Martingrove Collegiate Institute (Toronto, ON)
- **Han, Henry** of St. George's School (Vancouver, BC)
- **Han, Henry** of Sir John A. Macdonald S.S. (Waterloo, ON)
- **Hayes, Reid** of Sir John A. Macdonald S.S. (Waterloo, ON)

- **He, Andie** of Earl Haig Secondary School (North York, ON)
- **He, Hilary** of Magee S.S. (Vancouver, BC)
- **He, Shujia** of Charles P. Allen H.S. (Bedford, NS)
- **Ho, Edward** of Marc Garneau C.I. (Toronto, ON)
- **Hou, Coco** of Bond Academy/Bond International College (Toronto, ON)
- **Hou, Shilin** of Walter Murray Collegiate (Saskatoon, SK)
- **Hsu, Meng-Den (Peter)** of Pinetree S.S. (Coquitlam, BC)
- **Hsu, Yingzi** of Matthew McNair S.S. (Richmond, BC)
- **Hu, Laureen (Le)** of Western Canada H.S. (Calgary, AB)
- **Huang, Andrew** of Unionville H.S. (Markham, ON)
- **Huang, Darrien** of Burnaby South Secondary (Burnaby, BC)
- **Huang, Justin** of Riverdale C.I. (Toronto, ON)
- **Huang, Ruoxia** of Lord Byng S.S. (Vancouver, BC)
- **Huang, Wina** of Crofton House School (Vancouver, BC)
- **Huang, Winnie** of frontenac secondary (kingston, ON)
- **Huang, Yingqi** of London Int'l Academy (London, ON)
- **Hung, Hei Ling Nicholas** of Brebeuf College School (Willowdale, ON)

---

**I**

- **Iannvcci, Natalie** of Monsignor Johnson C.S.S. (Etobicoke, ON)
- **Inniss, Joshua** of Archbishop Jordan Catholic High School (Sherwood Park, AB)
- **Ionescu, Benjamin** of Centennial Reg. H.S. (Greenfield Park, QC)

---

**J**

- **Jacot, Gabriel** of Humberstone C.I. (Toronto, ON)
- **Janmohamed, Alyf** of Upper Canada College (Toronto, ON)
- **Jeong, Sean** of Robert Bateman H. S. (Burlington, ON)
- **Jeoung, Steve** of London Central S. S. (London, ON)
- **Jiang, Bill** of Lisgar Collegiate Institute (Ottawa, ON)
- **Jin, Hao** of Bell High School (Nepean, ON)
- **Jin, Jerena** of Bond Academy/Bond International College (Toronto, ON)
- **Jin, Tony** of West Point Grey Academy (Vancouver, BC)
- **Jo, Daniel** of Fredericton H.S. (Fredericton, NB)
- **Joe, Adam** of Nepean H.S. (Ottawa, ON)
- **Juhnke, Luisa** of South Huron D.H.S. (Exeter, ON)
- **Jung, Esther** of Earl Haig Secondary School (North York, ON)
- **Jung, Young Hwan (Tommy)** of The Woodlands School (Mississauga, ON)

---

**K**

- **Kan, Da Min** of Claremont S.S. (Victoria, BC)
- **Kandola, Manisha** of New Westminster S.S. (New Westminster, BC)

- **Kang, Il Hae** of Webber Academy (Calgary, AB)
- **Katani Shoostari, Mohammad Amin** of Newtonbrook S.S. (Toronto, ON)
- **Ken, Yiming (Michael)** of Lord Byng S.S. (Vancouver, BC)
- **Khachatryan, Haroutiun** of Brebeuf College School (Willowdale, ON)
- **Khamar, Kunal** of Middlefield C.I. (Markham, ON)
- **Kim, Charles** of York Mills C.I. (North York, ON)
- **Kim, David** of Ernest Manning High School (Calgary, AB)
- **Kim, Hongjo** of King's Christian Collegiate (Oakville, ON)
- **Kim, Jennifer** of Abbey Park H.S. (Oakville, ON)
- **Kim, JiSup** of Yale Secondary (Abbotsford, BC)
- **Kim, Matthew** of Glenforest Secondary School (Mississauga, ON)
- **Kim, Nelson** of Toronto District Christian High School (Woodbridge, ON)
- **Kim, Paul Da Hyun** of Heritage Woods Secondary (Port Moody, BC)
- **Kim, Shina** of Centennial Collegiate (Saskatoon, SK)
- **Kim, Yun-Jae** of Lisgar Collegiate Institute (Ottawa, ON)
- **King, Vanessa** of Ernest Manning High School (Calgary, AB)
- **Klumbauer, Damian** of Lorne Park S.S. (Mississauga, ON)
- **Kong, Angus** of Hon. Vincent Massey S. S. (Windsor, ON)
- **Kou, Xiaohuang** of Champlain St-Lawrence (Québec, QC)
- **Kwan, Laurie** of Earl Haig Secondary School (North York, ON)
- **Kwok, Winston** of Upper Canada College (Toronto, ON)

---

**L**

- **Ladha, Alim** of Hillfield-Strathallan Coll. H.S. (Hamilton, ON)
- **Lai, Samuel** of Vancouver College H.S. (Vancouver, BC)
- **Lam, Sarah** of Dr. G.W. Williams S.S. (Aurora, ON)
- **Lapointe, Simon** of Cégep Ste. Foy (Québec, QC)
- **Laranjeiro, Anore** of Bishop Ryan Catholic Secondary School (Hamilton, ON)
- **Lau, Kelton** of Markville S.S. (Markham, ON)
- **Le Sage-Fafard, Sophie** of Collège André-Grasset (Montréal, QC)
- **Lee, Adrian** of Sinclair S.S. (Whitby, ON)
- **Lee, Cornell** of Pinetree S.S. (Coquitlam, BC)
- **Lee, David** of Abbey Park H.S. (Oakville, ON)
- **Lee, Ian** of St. George's School (Vancouver, BC)
- **Lee, Juliana** of A.Y. Jackson S.S. (North York, ON)
- **Lee, Young Seo (Diane)** of Luther College High School (Regina, SK)
- **Lei, Cyndi** of New Westminster S.S. (New Westminster, BC)
- **Lele, Meghan** of The Woodlands School (Mississauga, ON)
- **Leung, Michelle** of Bloor C.I. (Toronto, ON)
- **Leung, Vincent** of R.C. Palmer S.S. (Richmond, BC)
- **Li, Alan** of Markville S.S. (Markham, ON)
- **Li, Alice** of Sarnia Northern C.I. & V.S. (Sarnia, ON)
- **Li, Betty** of White Oaks Secondary School (Oakville, ON)
- **Li, Chunxiao** of Clarkson S.S. (Mississauga, ON)
- **Li, Huinan (Helen)** of Queen Elizabeth H.S. (Calgary, AB)
- **Li, Jia Shu** of West Vancouver Secondary School (West Vancouver, BC)

- **Li, Junzhe** of Hillfield-Strathallan Coll. H.S. (Hamilton, ON)
- **Li, Lily** of Sir Winston Churchill S. S. (Vancouver, BC)
- **Li, Liying** of Prince of Wales S.S. (Vancouver, BC)
- **Li, Paul** of R.C. Palmer S.S. (Richmond, BC)
- **Li, Shida** of Marianopolis College (Westmount, QC)
- **Li, Shuhao** of Semiahmoo Secondary School (Surrey, BC)
- **Li, Veronica** of Southpointe Academy (Delta, BC)
- **Li, Vicky** of Thornhill S.S. (Thornhill, ON)
- **Liang, Sike** of Columbia International College (Hamilton, ON)
- **Liao, Jacky** of Albert Campbell Collegiate Institute (Toronto, ON)
- **Lim, Andrew** of William Lyon Mackenzie CI (North York, ON)
- **Lin, Cong** of Pinetree S.S. (Coquitlam, BC)
- **Lin, Erica** of Pinetree S.S. (Coquitlam, BC)
- **Lin, Laban** of Fraser Heights S.S. (Surrey, BC)
- **Lin, Ling** of Fraser Heights S.S. (Surrey, BC)
- **Lin, Rachel (Rou-Chen)** of University Transition Program (Vancouver, BC)
- **Lin, Timothy** of R.C. Palmer S.S. (Richmond, BC)
- **Liu, Andy** of The Woodlands School (Mississauga, ON)
- **Liu, Chelsea (Ziche)** of Dr. Norman Bethune C.I. (Scarborough, ON)
- **Liu, Geyi (Johnson)** of Lord Byng S.S. (Vancouver, BC)
- **Liu, Hong-Yue (Sean)** of Sir Winston Churchill S. S. (Vancouver, BC)
- **Liu, Hsin-Yen** of William Lyon Mackenzie CI (North York, ON)
- **Liu, Mingyao** of Oak Bay High School (Victoria, BC)
- **Liu, Shawn** of Hon. Vincent Massey S. S. (Windsor, ON)
- **Liu, Shi Zuo** of Columbia International College (Hamilton, ON)
- **Liu, Sihao (Frank)** of Don Mills C.I. (North York, ON)
- **Liu, Viko (JiaQi)** of Burnaby Central S.S. (Burnaby, BC)
- **Liu, Yifan** of Lord Byng S.S. (Vancouver, BC)
- **Lo, Andy** of Thornhill S.S. (Thornhill, ON)
- **Lo, Calvin** of Glenforest Secondary School (Mississauga, ON)
- **Lo, Simon** of New Westminster S.S. (New Westminster, BC)
- **Loa, Patrick** of East York C.I. (East York, ON)
- **Lockman, Sandhini** of St. John's-Ravenscourt School (Winnipeg, MB)
- **Loewen, James** of E. L. Crossley Secondary School (Fonthill, ON)
- **Long, Xueshan** of Georges Vanier S.S. (North York, ON)
- **Loree-Spacek, Jack** of Sir Winston Churchill C.V.I. (Thunder Bay, ON)
- **Lotte, Ariane** of Cégep de Rosemont (Montréal, QC)
- **Lou, Jishi** of Don Mills C.I. (North York, ON)
- **Lu, Lingxiao** of Magee S.S. (Vancouver, BC)
- **Lu, Liz** of Sir Winston Churchill S. S. (Vancouver, BC)
- **Lu, Phillip** of Sir John A. Macdonald S.S. (Waterloo, ON)
- **Lu, Travis** of Vaughan Secondary School (Thornhill, ON)
- **Lung, Patrick** of Marc Garneau C.I. (Toronto, ON)
- **Luo, Xi** of Marianopolis College (Westmount, QC)
- **Luo, Yiyun** of Glebe Collegiate Institute (Ottawa, ON)
- **Luu, Ivy** of Parkdale Junior & Senior Public School (Toronto, ON)
- **Lynch, Thomas** of Riverdale C.I. (Toronto, ON)

---

**M**

---

- **Ma, Amelia** of Southpointe Academy (Delta, BC)
- **Ma, Ken** of Grant Park H.S. (Winnipeg, MB)
- **MacDonald, Alannah** of E. L. Crossley Secondary School (Fonthill, ON)
- **MacDonald, Brandon** of Dr. John Hugh Gillis School (Antigonish, NS)
- **MacFarlane, Emily** of Northern S.S. (Toronto, ON)
- **Mao, Xuefan** of Columbia International College (Hamilton, ON)
- **Marshall, Samuel** of Charles P. Allen H.S. (Bedford, NS)
- **Massé, Catherine** of Cégep Saint-Jean-sur-Richelieu (Saint-Jean-sur-Richelieu, QC)
- **Matsui, Hasuto** of Lord Byng S.S. (Vancouver, BC)
- **Mayank, Dhruv** of Webber Academy (Calgary, AB)
- **McDonald, Brad** of Sir Winston Churchill High School (Calgary, AB)
- **Mendis, Melisha** of Balmoral Hall School (Winnipeg, MB)
- **Meng, Felix** of Unionville H.S. (Markham, ON)
- **Milner, Jake** of Walter Murray Collegiate (Saskatoon, SK)
- **Mohamed, Faraz** of Westmount Charter School (Calgary, AB)
- **Montroy, Malcolm** of Nepean H.S. (Ottawa, ON)
- **Moro, Pedro** of Sandwich Secondary School (LaSalle, ON)

---

**N**

---

- **Nam, Jung Hyun (John)** of R.E. Mountain S.S. (Langley, BC)
- **Nawaz, Aqsa** of Sir John A. Macdonald S.S. (Waterloo, ON)
- **Ng, Ambrose** of Oakville Trafalgar High School (Oakville, ON)
- **Ng, Crystal** of Richmond Hill H.S. (Richmond Hill, ON)
- **Ng, Yan Hung (Matt)** of A. B. Lucas Secondary School (London, ON)
- **Nguyen, Lam** of York Memorial Collegiate Institute (Toronto, ON)
- **Nguyen, Minh-Tri** of Collège de Maisonneuve (Montréal, QC)
- **Nguyen, Vanessa** of St. Clement's School (Toronto, ON)
- **Nie, Tian** of Westdale S.S. (Hamilton, ON)
- **Norman, Jacob** of Mount Prevost MS, Duncan, BC (Duncan, BC)

---

**O**

---

- **Odwak, Cori** of Grant Park H.S. (Winnipeg, MB)
- **Oringer, Cory** of Lower Canada College (Montreal, QC)
- **Ostrander, Kaitlin** of Bishop Ryan Catholic Secondary School (Hamilton, ON)
- **Otto, Kalin** of Westmount Charter School (Calgary, AB)
- **OuYang, Victor** of Agincourt Collegiate Institute (Scarborough, ON)
- **Ouysuis-Mongerson, Frederik** of John Abbott College (Ste Ann de Bellevue, QC)

---

**P**

---

- **Pan, Andrew** of Walter Murray Collegiate (Saskatoon, SK)
- **Pan, Yun Yi** of The Woodlands School (Mississauga, ON)
- **Pang, Michael** of St. John's-Ravenscourt School (Winnipeg, MB)
- **Parilova, Veva** of Stephen Lewis S.S. (Thornhill, ON)
- **Park, John** of Pinetree S.S. (Coquitlam, BC)
- **Park, Joo Heon** of Fraser Heights S.S. (Surrey, BC)
- **Park, Jun Yang (James)** of R.E. Mountain S.S. (Langley, BC)
- **Park, Kyu Young** of Southridge School (Surrey, BC)
- **Park, Minsang (Mike)** of University Transition Program (Vancouver, BC)
- **Parmar, Hanna** of Pinetree S.S. (Coquitlam, BC)
- **Parmar, Simran** of Cariboo Hill S.S. (Burnaby, BC)
- **Pechersky, David** of Vaughan Secondary School (Thornhill, ON)
- **Pecile, Jacob** of Riverdale C.I. (Toronto, ON)
- **Persofsky, Benjamin** of The Dragon Academy (Toronto, ON)
- **Pham Ngoc, Minh** of Magee S.S. (Vancouver, BC)
- **Ping, Claire** of Sir Winston Churchill S. S. (Vancouver, BC)
- **Pliszka, Kenji** of St. John's-Ravenscourt School (Winnipeg, MB)
- **Porteous, Cameron** of Forest Heights Collegiate Institute (Kitchener, ON)

---

**Q**

---

- **Qian, Long** of University Hill Secondary School (Vancouver, BC)
- **Qiu, Barry** of Johnston Heights Jr. S.S. (Surrey, BC)
- **Quan, Curtis** of Colonel By Secondary School (Gloucester, ON)

---

**R**

---

- **Ramkishore, Anouchka** of King City S.S. (King City, ON)
- **Ramsden, Sophie** of Sentinel S.S. (West Vancouver, BC)
- **Ranas, Rae Alissa** of Princess Margaret Secondary School (Delta, BC)
- **Reesor, Emma** of Glenforest Secondary School (Mississauga, ON)
- **Ren, Shaun** of The Woodlands School (Mississauga, ON)
- **Richard, Gabriel** of Waterloo C.I. (Waterloo, ON)
- **Richardson, Daniel** of Lorne Park S.S. (Mississauga, ON)
- **Rideout, Colin** of Queen Elizabeth Reg. H.S. (Conception Bay South, NL)
- **Rim, Wei** of Glenforest Secondary School (Mississauga, ON)
- **Rivard, Jillian** of Osgoode Township High School (Metcalf, ON)
- **Robertson, Ezekiel** of Horton High School (Greenwich, NS)
- **Romano, Giovanni** of Glenview Park S.S. (Cambridge, ON)
- **Rose, Grant** of Clarenville High School (Clarenville, NL)
- **Ross, Cody** of Springhill High School (Springhill, NS)
- **Roy, Simon-Pierre** of Collège F.X. Garneau (Québec, QC)

- **Ruan, Ken** of Stephen Leacock C.I. (Scarborough, ON)
- **Ryan, Sarah** of St. Clement's School (Toronto, ON)

---

**S**

---

- **Salazar, Julian** of Henry Wise Wood Sr. H.S (Calgary, AB)
- **Sanderson, Tyler** of Manitouwadge High School (Manitouwadge, ON)
- **Seknon, Manvir** of St Augustine SS (Brampton, ON)
- **Seo, Brian** of Pinetree S.S. (Coquitlam, BC)
- **Seyed Ghasemipour, Seyed Kamyar** of Earl Haig Secondary School (North York, ON)
- **Shah, Prajay** of Henry Wise Wood Sr. H.S (Calgary, AB)
- **Shang, Sam** of Sir Winston Churchill High School (Calgary, AB)
- **Shen, Kevin** of Sir Winston Churchill S. S. (Vancouver, BC)
- **Shen, Sirui** of Hon. Vincent Massey S. S. (Windsor, ON)
- **Sheng, Ming En** of John Fraser Secondary School (Mississauga, ON)
- **Shi, Everest** of Burnaby North S.S. (Burnaby, BC)
- **Shi, Jenny** of Earl Haig Secondary School (North York, ON)
- **Shi, Ruiqi** of London Int'l Academy (London, ON)
- **Shin, John** of The Woodlands School (Mississauga, ON)
- **Sin, Emily** of Glenforest Secondary School (Mississauga, ON)
- **Sit, Alicia** of St. Matthew H.S. (Orleans, ON)
- **Sivarajah, Harish** of Albert Campbell Collegiate Institute (Toronto, ON)
- **Siydock, Ian** of frontenac secondary (kingston, ON)
- **Skelly, Matthew** of Sinclair S.S. (Whitby, ON)
- **Solis, Stephen** of Mother Teresa Catholic Secondary School (London, ON)
- **Song, Ellen** of Horton High School (Wolfville, NS)
- **Spice, Danielle** of Oakville Trafalgar High School (Oakville, ON)
- **Su, Amy** of William Aberhart High School (Calgary, AB)
- **Su, Ying** of Dr. Norman Bethune C.I. (Scarborough, ON)
- **Su, Zichuan** of Marianopolis College (Westmount, QC)
- **Sun, Haoyu (Charles)** of Colonel Gray Sr. H.S (Charlottetown, PE)
- **Sun, Huan Xin** of Columbia International College (Hamilton, ON)
- **Sun, Jianwei (Jian Jian)** of Western Canada H.S. (Calgary, AB)
- **Sun, Olive** of Burnaby South Secondary (Burnaby, BC)
- **Sun, Susan** of West Vancouver Secondary School (West Vancouver, BC)
- **Sundaralingam, Lakshman** of Burnaby South Secondary (Burnaby, BC)
- **Suo, Shun Da (Simon)** of Olympiads School (North York, ON)
- **Suryadevara, Krishna** of York Memorial Collegiate Institute (Toronto, ON)
- **Sze, Shing Kwan** of Bodwell H.S. (North Vancouver, BC)
- **Szeto, Jeffrey** of Markville S.S (Markham, ON)

---

**T**

---

- **Tahmid, Ahnaf** of East York C.I. (East York, ON)
- **Tajadod, Alireza** of Thornhill S.S. (Thornhill, ON)
- **Tan, Boon Hwee** of Evan Hardy Collegiate (Saskatoon, SK)



- **Tan, Sarah** of St. Clement's School (Toronto, ON)
- **Tang, Julia** of William Lyon Mackenzie CI (North York, ON)
- **Tao, Yifan** of Stephen Leacock C.I. (Scarborough, ON)
- **Teutsch, Laura** of Merivale H.S. (Nepean, ON)
- **Thambimuthi, Thanujah** of William Aberhart High School (Calgary, AB)
- **Thompson, Garrett** of Sarnia C.I. & V.S. (Sarnia, ON)
- **Tian, Feng** of Western Canada H.S. (Calgary, AB)
- **Tian, Lei** of Columbia International College (Hamilton, ON)
- **Tin, Benton** of Markham D.H.S. (Markham, ON)
- **Trudelle, Guillaume** of Collège de Maisonneuve (Montréal, QC)
- **Tucson, Tyler** of Forest Heights Collegiate Institute (Kitchener, ON)

---

## U

---

- **Urban, Matthew** of Riverside S.S. (Port Coquitlam, BC)

---

## V

---

- **Vainio, Taaron** of Sir Winston Churchill C.V.I. (Thunder Bay, ON)
- **Vallières, Élise** of Cégep de Chicoutimi (Chicoutimi, QC)
- **Vedpathak, Omkar** of Harold M. Brathwaite S. S. (Brampton, ON)
- **Viarouge, Isabelle** of Collège F.X. Garneau (Québec, QC)
- **Vierich, Alex** of Earl of March S.S. (Kanata, ON)
- **Virtue, Christoples** of William Aberhart High School (Calgary, AB)

---

## W

---

- **Wadhvana, Neil** of Etobicoke School of the Arts (toronto, ON)
- **Wang, Gary** of Colonel By Secondary School (Gloucester, ON)
- **Wang, Jack** of Don Mills C.I. (North York, ON)
- **Wang, Jason** of Colonel Gray Sr. H.S (Charlottetown, PE)
- **Wang, Jesse K.** of Lisgar Collegiate Institute (Ottawa, ON)
- **Wang, Jiayi** of Henry Wise Wood Sr. H.S (Calgary, AB)
- **Wang, Josh** of Pinetree S.S. (Coquitlam, BC)
- **Wang, Kevin** of Sir Winston Churchill S. S. (Vancouver, BC)
- **Wang, Kristy** of Old Scona Academic School (Edmonton, AB)
- **Wang, Ray** of A.Y. Jackson S.S. (North York, ON)
- **Wang, Winnie** of Burnaby North S.S. (Burnaby, BC)
- **Wang, Xuening** of Columbia International College (Hamilton, ON)
- **Wang, Yiyao (Ivy)** of Georges Vanier S.S. (North York, ON)
- **Wang, Zhihe** of London Int'l Academy (London, ON)
- **Wang, Zichun** of Lord Byng S.S. (Vancouver, BC)
- **Wang, Zixiao** of Richmond Hill H.S. (Richmond Hill, ON)
- **Wang, Zixuan** of London Int'l Academy (London, ON)

- **Watson, Tyler** of St. John's Kilmarnock School (Breslau, ON)
- **Wei, Ben** of Olympiads School (North York, ON)
- **Wen, Jingzi** of Don Mills C.I. (North York, ON)
- **Weng, Hongzhi** of St. Andrew's College (Aurora, ON)
- **Wheeler, Cody** of frontenac secondary (kingston, ON)
- **Wong, Joel** of Walter Murray Collegiate (Saskatoon, SK)
- **Wong, Shannon** of Richmond Hill H.S. (Richmond Hill, ON)
- **Wu, Gonghao** of York Mills C.I. (North York, ON)
- **Wu, Henry** of University of Toronto Schools (Toronto, ON)
- **Wu, Michael** of Fort Richmond Collegiate (Winnipeg, MB)
- **Wu, Xiaoze (Jerry)** of Marc Garneau C.I. (Toronto, ON)
- **Wyma, Matthew** of Walter Murray Collegiate (Saskatoon, SK)

---

**X**

- **Xi, Peiqi** of Cowichan Sr. S.S. (Duncan, BC)
- **Xi, Yang** of London Int'l Academy (London, ON)
- **Xia, Sean** of Lisgar Collegiate Institute (Ottawa, ON)
- **Xiao, Edward** of Iroquois Ridge High School (Oakville, ON)
- **Xie, Ziwei (Michael)** of Iroquois Ridge High School (Oakville, ON)
- **Xiong, Yayang** of Burnaby Central S.S. (Burnaby, BC)
- **Xliao, Xiao Tian Qi** of Columbia International College (Hamilton, ON)
- **Xu, Leon** of Waterloo C.I. (Waterloo, ON)
- **Xu, Maxime** of Colonel By Secondary School (Gloucester, ON)
- **Xue, Ziyi (Jerry)** of Fraser Heights S.S. (Surrey, BC)

---

**Y**

- **Yan, Daniel** of Woburn Collegiate Institute (Scarborough, ON)
- **Yan, Henry** of Rockridge Secondary School (West Vancouver, BC)
- **Yang, Bernie** of Agincourt Collegiate Institute (Scarborough, ON)
- **Yang, Roy** of Pinetree S.S. (Coquitlam, BC)
- **Yang, Ruiqi (Sarah)** of R.E. Mountain S.S. (Langley, BC)
- **Yang, Xichi** of Kelvin H.S. (Winnipeg, MB)
- **Yau, Stanley** of Woburn Collegiate Institute (Scarborough, ON)
- **Ye, Guanzhou** of Richmond Hill H.S. (Richmond Hill, ON)
- **Yin, Tony** of Agincourt Collegiate Institute (Scarborough, ON)
- **Yoon, Michaela** of Semiahmoo Secondary School (Surrey, BC)
- **Yu, Ally** of Dr. Norman Bethune C.I. (Scarborough, ON)
- **Yu, Cleo (Fucheng)** of Burnaby North S.S. (Burnaby, BC)
- **Yu, Derek** of Evan Hardy Collegiate (Saskatoon, SK)
- **Yu, Meng-ting** of Lambrick Park (Victoria, BC)
- **Yu, Shing Him Nicholas (Nicholas)** of Lester B. Pearson College (Victoria, BC)
- **Yufan, Qi** of Columbia International College (Hamilton, ON)
- **Yule, Carson** of Claremont S.S. (Victoria, BC)
- **Yung, Priscilla** of Marc Garneau C.I. (Toronto, ON)

---

**Z**

---

- **Zeng, Tion** of Earl of March S.S. (Kanata, ON)
- **Zeng, Yan** of Southpointe Academy (Delta, BC)
- **Zhang, Amy (BingZhen)** of Markham D.H.S. (Markham, ON)
- **Zhang, Anni** of Sir Winston Churchill S. S. (Vancouver, BC)
- **Zhang, Azura** of Elgin Park Secondary School (Surrey, BC)
- **Zhang, Brent** of North Toronto C.I. (Toronto, ON)
- **Zhang, Carol (Mian Xiu)** of Lord Byng S.S. (Vancouver, BC)
- **Zhang, Cynthia** of York Mills C.I. (North York, ON)
- **Zhang, Di Seu** of St. John's International School (Vancouver, BC)
- **Zhang, Gavin** of Sir Winston Churchill S. S. (Vancouver, BC)
- **Zhang, Heming** of Fredericton H.S. (Fredericton, NB)
- **Zhang, Hongyu** of London Int'l Academy (London, ON)
- **Zhang, Jian Xing** of Columbia International College (Hamilton, ON)
- **Zhang, Karen (Jia Rong)** of Semiahmoo Secondary School (Surrey, BC)
- **Zhang, Maggie** of Marc Garneau C.I. (Toronto, ON)
- **Zhang, Tommy Tiannin** of Richmond S.S. (Richmond, BC)
- **Zhang, Weixin** of Richmond Hill H.S. (Richmond Hill, ON)
- **Zhang, Yun Qian** of Columbia International College (Hamilton, ON)
- **Zhao, Kinna** of Albert Campbell Collegiate Institute (Toronto, ON)
- **Zhao, Yi Ji** of Old Scona Academic School (Edmonton, AB)
- **Zheng, Thunder (Pei Ting)** of Colonel Gray Sr. H.S (Charlottetown, PE)
- **Zheng, Tommy** of Abbey Park H.S. (Oakville, ON)
- **Zhong, Calvin** of The Woodlands School (Mississauga, ON)
- **Zhong, Lynn** of Claremont S.S. (Victoria, BC)
- **Zhou, Zi Wei** of Mulgrave School (West Vancouver, BC)
- **Zhu, David** of R.C. Palmer S.S. (Richmond, BC)
- **Zhu, Henry** of Pinetree S.S. (Coquitlam, BC)
- **Zhu, Henry** of Waterloo C.I. (Waterloo, ON)
- **Zhu, Tian Rong** of Semiahmoo Secondary School (Surrey, BC)
- **Zhu, Tianai (Alice)** of Western Canada H.S. (Calgary, AB)
- **Zhu, Weiming** of Georges Vanier S.S. (North York, ON)
- **Zhu, Yinqin** of Unionville H.S. (Markham, ON)
- **Zhu, Yuanhao (Ben)** of White Oaks Secondary School (Oakville, ON)
- **Zuo, Yu Xin (Catheryn)** of Colonel Gray Sr. H.S (Charlottetown, PE)

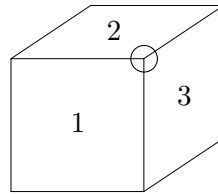
**ANNEXE A**

**DOCM 2011 QUESTIONS ET SOLUTIONS**

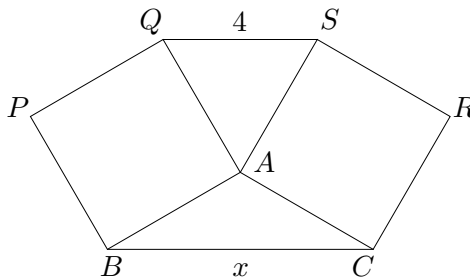
## Concours - DOCM 2011

## Problèmes à réponse courte

- A1.** Si  $r$  est un nombre tel que  $r^2 - 6r + 5 = 0$ , quelle est la valeur de  $(r - 3)^2$ ?
- A2.** Carmen choisit quatre nombres de l'ensemble  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$  de sorte que la somme de ces quatre nombres est 11. Si  $\ell$  est le *plus grand* de ces quatre nombres, quelle est la valeur de  $\ell$ ?
- A3.** Les nombres 1, 2, 3, 4, 5, 6 sont inscrits sur les faces d'un cube de manière à ce que la somme des nombres sur chaque paire de faces opposées soit 7. Pour chacun des huit coins du cube, on multiplie les trois nombres qui figurent sur les faces adjacentes du coin en question et on prend cette valeur en note. (Dans le diagramme, la valeur qui correspond au coin indiqué est  $1 \times 2 \times 3 = 6$ .) Quelle est la somme des huit valeurs attribuées aux coins du cube?



- A4.** Dans la figure ci-dessous,  $AQPB$  et  $ASRC$  sont des carrés et  $AQS$  est un triangle équilatéral. Si  $QS = 4$  et  $BC = x$ , quelle est la valeur de  $x$ ?



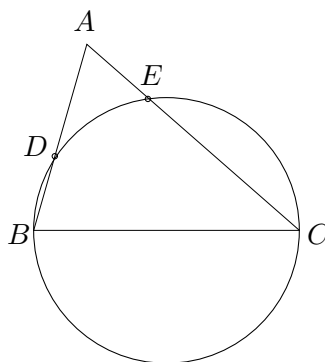
**B1.** Arthur se rend chez David en voiture et veut arriver à une certaine heure. S'il conduit à une vitesse de 60 km/h, il arrivera 5 minutes en retard. S'il conduit à une vitesse de 90 km/h, il arrivera 5 minutes en avance. S'il conduit à une vitesse de  $n$  km/h, il arrivera exactement à l'heure. Quelle est la valeur de  $n$ ?

**B2.** Les entiers  $a, b, c, d,$  et  $e$  possèdent les trois caractéristiques suivantes :

- (i)  $2 \leq a < b < c < d < e < 100$
- (ii)  $\text{pgcd}(a, e) = 1$
- (iii)  $a, b, c, d, e$  forment une suite géométrique.

Quelle est la valeur de  $c$ ?

**B3.** Dans la figure ci-dessous,  $BC$  est un diamètre du cercle, où  $BC = \sqrt{901}$ ,  $BD = 1$ , et  $DA = 16$ . Si  $EC = x$ , quelle est la valeur de  $x$ ?

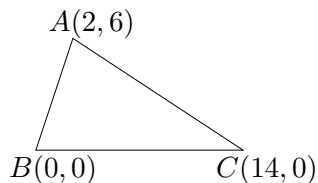


**B4.** Un groupe de  $n$  amis a passé un examen de mathématiques comprenant 8 problèmes à réponse courte  $S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8$ , et 4 problèmes à développement  $F_1, F_2, F_3, F_4$ . Chaque membre du groupe a répondu correctement à exactement 11 des 12 problèmes. On forme un tableau de  $8 \times 4$  carrés. Dans le carré situé à la  $i^{\text{e}}$  rangée et la  $j^{\text{e}}$  colonne, on inscrit le nombre de personnes qui ont correctement résolu à la fois les problèmes  $S_i$  et  $F_j$ . Si la somme des 32 nombres du tableau est 256, quelle est la valeur de  $n$ ?

	$F_1$	$F_2$	$F_3$	$F_4$
$S_1$				
$S_2$				
$S_3$				
$S_4$				
$S_5$				
$S_6$				
$S_7$				
$S_8$				

### Problèmes à développement

**C1.**  $ABC$  est un triangle dont les coordonnées sont  $A = (2, 6)$ ,  $B = (0, 0)$ , et  $C = (14, 0)$ .



- Soit  $P$  le point médian du côté  $AB$ . Déterminer l'équation de la droite perpendiculaire à  $AB$  qui passe par  $P$ .
  - Soit  $Q$  le point sur la droite  $BC$  où  $PQ$  est perpendiculaire à  $AB$ . Déterminer la longueur du segment  $AQ$ .
  - Il y a un cercle (unique) qui passe par les points  $A$ ,  $B$ , et  $C$ . Déterminer le rayon de ce cercle.
- C2.** Charlotte passe un examen comprenant 100 questions; la réponse à chaque question est VRAI ou FAUX. L'enseignante de Charlotte indique que pour chaque bloc de cinq questions *consécutives* de l'examen, la réponse à *exactement* trois d'entre elles est VRAI. Juste avant le début de l'examen, l'enseignante chuchote à Charlotte que la réponse à la première et à la dernière question est FAUX.
- Déterminer le nombre de questions pour lesquelles la réponse est VRAI.
  - Quelle est la bonne réponse à la sixième question de l'examen?
  - Expliquer comment Charlotte peut répondre correctement aux 100 questions de l'examen.
- C3.** Soit  $n$  un entier positif. Une rangée de  $n + 1$  carrés est numérotée de gauche à droite  $0, 1, 2, \dots, n$ , tel qu'illustré ci-dessous.



Deux grenouilles appelées Alphonse et Béryl commencent une course à partir du carré 0. Chaque seconde, Alphonse et Béryl font un saut vers la droite selon les règles suivantes : s'il y a au moins huit carrés à la droite d'Alphonse, alors ce dernier doit sauter huit carrés vers la droite; sinon, il saute d'un carré vers la droite. S'il y a au moins sept carrés à la droite de Béryl, alors elle doit sauter sept carrés vers la droite; sinon, elle saute d'un carré vers la droite.  $A(n)$  et  $B(n)$  désignent respectivement le nombre de secondes qu'il faut à Alphonse et à Béryl pour atteindre le carré  $n$ . Par exemple,  $A(40) = 5$  et  $B(40) = 10$ .

- Déterminer l'entier  $n > 200$  pour lequel  $B(n) < A(n)$ .
- Déterminer le plus grand entier  $n$  pour lequel  $B(n) \leq A(n)$ .

---

**C4.** Soit  $f(x) = x^2 - ax + b$ , où  $a$  et  $b$  sont deux entiers positifs.

- (a) Supposons que  $a = 2$  et que  $b = 2$ . Déterminer l'ensemble des racines réelles de  $f(x) - x$  et l'ensemble des racines réelles de  $f(f(x)) - x$ .
- (b) Déterminer le nombre de paires d'entiers positifs  $(a, b)$  avec  $1 \leq a, b \leq 2011$  pour lesquelles chaque racine de  $f(f(x)) - x$  est un entier.



## DOCM 2011 - Solutions

**A1.** Si  $r$  est un nombre tel que  $r^2 - 6r + 5 = 0$ , quelle est la valeur de  $(r - 3)^2$ ?

**Solution :** La réponse est 4.

**Solution 1:** Notons que  $(r - 3)^2 = r^2 - 6r + 9$ . Étant donné que  $r^2 - 6r + 5 = 0$ ,  $r^2 - 6r + 9 = 4$ . Par conséquent, la réponse est 4.

**Solution 2 :** L'équation quadratique  $r^2 - 6r + 5$  se factorise sous la forme :

$$(r - 1)(r - 5).$$

Par conséquent,  $r = 1$  ou  $r = 5$ . Si  $r = 1$ , alors  $(r - 3)^2 = (-2)^2 = 4$ . Si  $r = 5$ , alors  $(r - 3)^2 = (2)^2 = 4$ . Dans les deux cas,  $(r - 3)^2 = 4$ .

**Solution 3 :** En complétant le carré de  $r^2 - 6r + 5$ , nous obtenons  $r^2 - 6r + 5 = (r - 3)^2 - 4$ . Étant donné que  $r^2 - 6r + 5 = 0$ ,  $(r - 3)^2 - 4 = 0$ . Donc,  $(r - 3)^2 = 4$ .

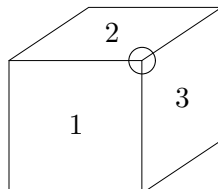
**A2.** Carmen choisit quatre nombres de l'ensemble  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$  de sorte que la somme de ces quatre nombres est 11. Si  $\ell$  est le *plus grand* de ces quatre nombres, quelle est la valeur de  $\ell$ ?

**Solution :** La réponse est 5.

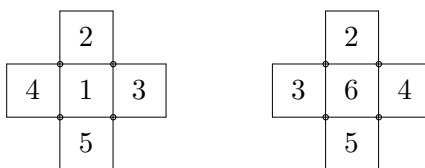
**Solution 1 :** Notons que la somme des quatre plus petits entiers de l'ensemble est égale à  $1 + 2 + 3 + 4 = 10$ . Donc,  $1 + 2 + 3 + 5 = 11$ . Dans le premier membre de la somme, le plus grand des entiers positifs est 5. Par conséquent,  $\ell = 5$ .

**Solution 2 :** Étant donné que  $\ell$  est plus grand que quatre des nombres compris dans l'ensemble  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ ,  $\ell \geq 4$ . Par conséquent,  $\ell$  est égal à un des nombres suivants : 4, 5, 6 ou 7. Si  $\ell = 7$ , alors la plus petite somme possible de quatre des nombres de l'ensemble est  $1 + 2 + 3 + 7 = 13 > 11$ . Par conséquent,  $\ell \neq 7$ . De même, si  $\ell = 6$ , alors la plus petite somme possible de quatre des nombres de l'ensemble est  $1 + 2 + 3 + 6 = 12 > 11$ . De même,  $\ell \neq 4$ . Par conséquent,  $\ell = 5$ .

- A3.** Les nombres 1, 2, 3, 4, 5, 6 sont inscrits sur les faces d'un cube de manière à ce que la somme des nombres sur chaque paire de faces opposées soit 7. Pour chacun des huit coins du cube, on multiplie les trois nombres qui figurent sur les faces adjacentes du coin en question et on prend cette valeur en note. (Dans le diagramme, la valeur qui correspond au coin indiqué est  $1 \times 2 \times 3 = 6$ .) Quelle est la somme des huit valeurs attribuées aux coins du cube?



**Solution :** La réponse est 343.



**Solution 1 :** Sur la figure de gauche, on peut voir les faces et les coins adjacents au côté du dé sur lequel est inscrit le nombre 1. Sur celle de droite, on peut voir le côté opposé, sur lequel est inscrit le nombre 6, et qui est adjacent aux quatre autres coins.

Nous déterminons les huit combinaisons possibles et calculons la valeur de chacune d'elles; ensuite, nous calculons la somme des huit valeurs obtenues. Les huit combinaisons de trois nombres entiers correspondant aux huit coins du dé sont les suivantes :

$$(1, 2, 3), (1, 2, 4), (1, 3, 5), (1, 4, 5), (6, 2, 3), (6, 2, 4), (6, 3, 5), (6, 4, 5).$$

Nous obtenons les huit valeurs suivantes :

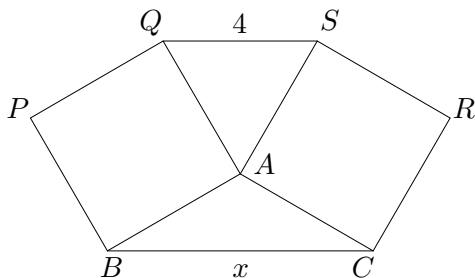
$$\begin{aligned} 1 \times 2 \times 3 &= 6 \\ 1 \times 2 \times 4 &= 8 \\ 1 \times 3 \times 5 &= 15 \\ 1 \times 4 \times 5 &= 20 \\ 6 \times 2 \times 3 &= 36 \\ 6 \times 2 \times 4 &= 48 \\ 6 \times 3 \times 5 &= 90 \\ 6 \times 4 \times 5 &= 120 \end{aligned}$$

La somme de ces huit entiers positifs est 343.

**Solution 2 :** Étant donné que, pour chaque coin, nous ne pouvons pas avoir deux nombres dont la somme est égale à 7, la valeur totale obtenue dans la solution 1 peut se calculer de la manière suivante :

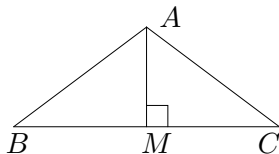
$$(1 + 6)(2 + 5)(3 + 4) = 7^3 = 343.$$

- A4.** Dans la figure ci-dessous,  $AQPB$  et  $ASRC$  sont des carrés et  $AQS$  est un triangle équilatéral. Si  $QS = 4$  et  $BC = x$ , quelle est la valeur de  $x$ ?



**Solution :** La réponse est  $4\sqrt{3}$ .

**Solution 1 :** Étant donné que le triangle  $\triangle AQS$  est un triangle équilatéral,  $AQ = QS = AS$ . Étant donné que  $QS = 4$ ,  $AQ = AS = 4$ . Étant donné que  $AQPB$  et  $ASRC$  sont des carrés,  $AB = AQ = 4$  et  $AC = AS = 4$ . Étant donné que le triangle  $\triangle AQS$  est un triangle équilatéral,  $\angle QAS = 60^\circ$ . Par conséquent,  $\angle BAC = 360^\circ - 90^\circ - 90^\circ - \angle QAS = 120^\circ$ .



À partir du point  $A$ , traçons une droite perpendiculaire au côté  $BC$ ; cette droite coupe le segment  $BC$  au point  $M$ . Ensuite, par symétrie,  $M$  est le point médian du côté  $BC$  et l'angle  $\angle BAM = \angle CAM = \angle BAC/2 = 120/2 = 60^\circ$ . Par conséquent, le triangle  $\triangle ABM$  est un triangle rectangle dont les angles font  $30^\circ$ ,  $60^\circ$  et  $90^\circ$ . Donc,

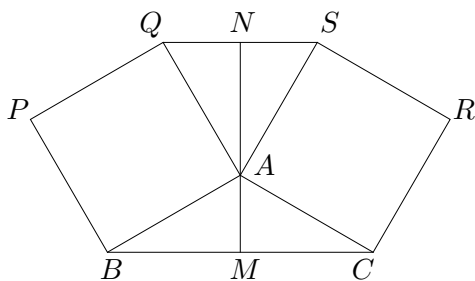
$$\frac{BM}{BA} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Nous obtenons alors  $BM = 4\sqrt{3}/2 = 2\sqrt{3}$ . De même,  $CM = 2\sqrt{3}$ . Par conséquent,  $BC = BM + CM = 4\sqrt{3}$ .

**Solution 2 :** Dans la solution 1,  $AB = AC = 4$  et  $\angle BAC = 120^\circ$ . Selon la loi des cosinus, nous avons :

$$\begin{aligned} BC &= \sqrt{AB^2 + AC^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cdot \cos \angle BAC} \\ &= \sqrt{4^2 + 4^2 - 2 \cdot 4 \cdot 4 \cdot \cos 120^\circ} \\ &= \sqrt{32 - 32 \cdot (-1/2)} = \sqrt{32 + 16} = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}. \end{aligned}$$

Par conséquent,  $x = 4\sqrt{3}$ .

**Solution 3 :**

Soit  $M, N$  étant, respectivement, les points médians des segments  $BC$  et  $QS$ . Par symétrie, les points  $M, A, N$  sont colinéaires et la droite  $MN$  est perpendiculaire aux droites  $QS$  et  $BC$ . Dans la solution 1,  $\angle QAS = 60^\circ$  et  $\angle BAC = 120^\circ$ . Par conséquent, par symétrie,  $\angle QAN = 30^\circ$  et  $\angle BAM = 60^\circ$ . Étant donné que le triangle  $\triangle AQS$  est un triangle équilatéral,  $\angle AQN = 60^\circ$  et  $\angle ABM = 180^\circ - \angle BAM - \angle AMB = 180^\circ - 60^\circ - 90^\circ = 30^\circ$ . Étant donné que  $AB = AQ$ , les triangles  $\triangle ANQ$  et  $\triangle BMA$  sont isométriques. Par conséquent,  $BM = AN$ . Selon le théorème de Pythagore,

$$BM = AN = \sqrt{AQ^2 - QN^2} = \sqrt{4^2 - 2^2} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}.$$

Donc,  $x = BC = 2 \cdot BM = 2\sqrt{3}$ .

- B1.** Arthur se rend chez David en voiture et veut arriver à une certaine heure. S'il conduit à une vitesse de 60 km/h, il arrivera 5 minutes en retard. S'il conduit à une vitesse de 90 km/h, il arrivera 5 minutes en avance. S'il conduit à une vitesse de  $n$  km/h, il arrivera exactement à l'heure. Quelle est la valeur de  $n$ ?

**Solution** La réponse est 72.

**Solution 1 :** Soit  $d$  la distance, en km, entre l'endroit où se trouve Arthur et la maison de David, et  $t$  le temps, en heures, qu'il faut à Arthur pour se rendre chez David en conduisant à une vitesse de  $n$  km/h. Si sa vitesse est de 60 km/h, Arthur conduira pendant  $t$  heures + 5 minutes =  $t + 5/60$  heures. Si sa vitesse est de 90 km/h, Arthur conduira pendant  $t$  heures - 5 minutes =  $t - 5/60$  heures. Par conséquent, en appliquant la formule *distance = vitesse*  $\times$  *temps*, nous obtenons :

$$d = nt = 60(t + 5/60) = 90(t - 5/60). \quad (1)$$

l'équation se simplifie de la manière suivante :

$$d = nt = 60t + 5 = 90t - \frac{15}{2}, \quad (1)$$

Nous déterminons d'abord la valeur de  $t$ . En utilisant l'équation la plus à droite (1), nous obtenons  $30t = 5 + \frac{15}{2} = \frac{25}{2}$ . Par conséquent,  $t = 25/60$ . Donc,  $d = 60t + 5 = 60(25/60) + 5 = 30$ . Par conséquent,  $n = d/t = 30/(25/60) = 30 \times 60/25 = 72$  km/h.

**Solution 2 :** Soit  $d$  la distance entre l'endroit où se trouve Arthur et la maison de David. Notons que le temps qu'il faut à Arthur pour se rendre à la maison de David, à une vitesse de  $n$  km/h, correspond à la *moyenne* du temps que cela lui prend pour parcourir cette distance à une vitesse de 60 et 90 km/h, respectivement. Donc,

$$\frac{d}{n} = \frac{\frac{d}{60} + \frac{d}{90}}{2}.$$

En divisant les deux côtés par  $d$  et en multipliant les résultats ensemble par multiplication croisée, nous obtenons

$$\frac{2}{n} = \frac{1}{60} + \frac{1}{90} = \frac{5}{180}.$$

Ce qui donne,  $5n = 360$ . Donc,  $n = 72$ .

**B2.** Les entiers  $a, b, c, d$ , et  $e$  possèdent les trois caractéristiques suivantes :

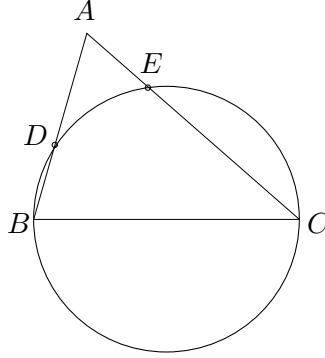
- (i)  $2 \leq a < b < c < d < e < 100$
- (ii)  $\text{pgcd}(a, e) = 1$
- (iii)  $a, b, c, d, e$  forment une suite géométrique.

Quelle est la valeur de  $c$ ?

**Solution :** La réponse est 36.

Soit  $r$  le rapport commun de la suite géométrique  $a, b, c, d, e$ . Étant donné que  $a < b < c < d < e$ ,  $r > 1$ . Alors  $a = a, b = ar, c = ar^2, d = ar^3, e = ar^4$ . Étant donné que  $a, e$  n'ont pas de facteurs communs et que  $a > 1$ ,  $r$  n'est pas un entier. Soit  $x/y$  étant le rapport commun, où  $x, y$  sont des entiers positifs et  $\text{pgcd}(x, y) = 1$ . Étant donné que  $r > 1$  et n'est pas un entier,  $x > y > 1$ . Par conséquent,  $b = ax/y, c = ax^2/y^2, d = ax^3/y^3$  et  $e = ax^4/y^4$ . Étant donné que  $e$  est un entier et  $\text{pgcd}(x, y) = 1$ ,  $a$  est divisible par  $y^4$ . Alors  $a = ky^4$  pour un entier positif donné  $k$ . Alors  $a = ky^4, b = kxy^3, c = kx^2y^2, d = kx^3y, e = kx^4$ . Étant donné que  $\text{pgcd}(a, e) = 1$ ,  $k = 1$ . Donc,  $a = y^4$  et  $e = x^4$ . Étant donné que  $2 \leq a < e < 100$  et  $3^4 < 100 < 4^4$ ,  $2 \leq y < x \leq 3$ , ce qui implique que  $x = 3$  et  $y = 2$ . Alors  $c = kx^2y^2 = 1 \cdot 3^2 \cdot 2^2 = 6^2 = 36$ .

- B3.** Dans la figure ci-dessous,  $BC$  est un diamètre du cercle, où  $BC = \sqrt{901}$ ,  $BD = 1$ , et  $DA = 16$ . Si  $EC = x$ , quelle est la valeur de  $x$ ?



**Solution :** La réponse est 26.

**Solution 1 :** Étant donné que  $BC$  est le diamètre du cercle,  $\angle BDC = \angle BEC = 90^\circ$ . En appliquant le théorème de Pythagore, nous obtenons :

$$CD = \sqrt{BC^2 - BD^2} = \sqrt{901 - 1^2} = \sqrt{900} = 30.$$

Étant donné que  $\angle BDC = 90^\circ$ ,  $\angle ADC = 90^\circ$ . Ensuite, en appliquant le théorème de Pythagore, nous obtenons :

$$AC = \sqrt{AD^2 + DC^2} = \sqrt{16^2 + 30^2} = 34.$$

Étant donné que  $x = CE$ ,  $AE = 34 - x$ . Nous devons déterminer la valeur de  $x$ . En appliquant le théorème de Pythagore, nous obtenons :  $BE = \sqrt{BA^2 - AE^2} = \sqrt{BC^2 - CE^2}$ . Ce qui nous donne,

$$BA^2 - AE^2 = BC^2 - CE^2.$$

Notons que  $BA = BD + DA = 16 + 1 = 17$ . Par conséquent,

$$\begin{aligned} 17^2 - (34 - x)^2 &= 901 - x^2 \\ \Rightarrow x^2 + 289 &= (x - 34)^2 + 901 \\ \Rightarrow x^2 + 289 &= x^2 - 68x + 1156 + 901 \\ \Rightarrow 68x &= 1768. \end{aligned}$$

Par conséquent,  $x = 1768/68 = (17 \times 104)/(17 \times 4) = 104/4 = 26$ . Ce qui nous donne,  $EC = 26$ .

**Solution 2 :** Comme dans la solution 1,  $\angle BDC = \angle BEC = 90^\circ$ ,  $CD = 30$  et  $AC = 34$ . En calculant l'aire du triangle  $\triangle ABC$  de deux manières différentes, nous obtenons :

$$\text{l'aire du triangle } \triangle ABC = \frac{1}{2} \times AB \times DC = \frac{1}{2} \times AC \times BE.$$



Par conséquent,  $AB \cdot DC = AC \cdot BE$ . Ce qui nous donne,  $17 \cdot 30 = 34 \cdot BE$ . Par conséquent,  $30 = 2 \cdot BE$ . De même,  $BE = 15$ . Par conséquent, en appliquant le théorème de Pythagore :

$$EC = \sqrt{BC^2 - BE^2} = \sqrt{901 - 15^2} = \sqrt{676} = 26.$$

**Solution 3 :** Comme dans la solution 1,  $\angle BDC = \angle BEC = 90^\circ$ ,  $CD = 30$  et  $AC = 34$ . Comparons les triangles  $\triangle ADC$  et  $\triangle AEB$ . Notons que  $\angle ADC = \angle AEB = 90^\circ$  et  $\angle DAC = \angle EAB$ . Par conséquent, le triangle  $\triangle ADC$  est égal au triangle  $\triangle AEB$ . Donc,

$$\frac{AD}{AE} = \frac{AC}{AB}.$$

Par conséquent,  $AD \cdot AB = AE \cdot AC$ . Notons que  $AB = AD + BD = 16 + 1 = 17$ . Donc,  $16 \times 17 = AE \cdot 34$ . Par conséquent,  $AE = 8$ . Nous pouvons alors conclure que  $EC = AC - AE = 34 - 8 = 26$ .

- B4.** Un groupe de  $n$  amis a passé un examen de mathématiques comprenant 8 problèmes à réponse courte  $S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8$ , et 4 problèmes à développement  $F_1, F_2, F_3, F_4$ . Chaque membre du groupe a répondu correctement à exactement 11 des 12 problèmes. On forme un tableau de  $8 \times 4$  carrés. Dans le carré situé à la  $i^e$  rangée et la  $j^e$  colonne, on inscrit le nombre de personnes qui ont correctement résolu à la fois les problèmes  $S_i$  et  $F_j$ . Si la somme des 32 nombres du tableau est 256, quelle est la valeur de  $n$ ?

	$F_1$	$F_2$	$F_3$	$F_4$
$S_1$				
$S_2$				
$S_3$				
$S_4$				
$S_5$				
$S_6$				
$S_7$				
$S_8$				

**Solution :** La réponse est 10.

**Solution 1 :** La somme de tous les nombres inscrits est la somme du nombre de combinaisons de la forme  $(S_i, F_j)$  correspondant aux problèmes que chaque élève a résolus. De cette somme, le nombre de problèmes résolus par chaque élève correspond au produit du nombre de problèmes à réponse courte par le nombre de ceux à développement qu'il a résolus. Étant donné que chaque élève a résolu 11 problèmes, chaque élève a résolu 8 problèmes à réponse courte et 3 problèmes à développement, ou bien 7 problèmes à réponse courte et 4 problèmes à développement. Soit  $x$  le nombre d'élèves ayant résolu 8 problèmes à réponse courte et 3 problèmes à développement, et  $y$  le nombre d'élèves ayant résolu 7 problèmes à réponse courte et 4 problèmes à développement. Alors la somme des nombres inscrits est :  $8 \times 3 \times x + 7 \times 4 \times y = 256$ . Donc,  $24x + 28y = 256$ . En divisant les deux côtés par 4, on obtient  $6x + 7y = 64$ . Notons que  $0 \leq x \leq 10$ . En substituant à  $x$  chacune de ses valeurs

respectives, nous obtenons, pour  $y$ , les valeurs suivantes :

$x$	$y$
0	64/7
1	58/7
2	52/7
3	46/7
4	40/7
5	34/7
6	4
7	22/7
8	16/7
9	10/7
10	4/7

Notons que seule la combinaison  $(x, y) = (6, 4)$  donne des entiers non négatifs pour les valeurs de  $x$  et  $y$ . Donc, le nombre d'élèves est  $x + y = 6 + 4 = 10$ .

**Solution 2 :** Étant donné que chaque personne a résolu 11 des 12 problèmes, il reste donc un problème qu'elle n'a pas pu résoudre. Soit  $s_i$  le nombre de personnes qui n'ont pas pu résoudre le problème  $S_i$  (pour  $i = 1, \dots, 8$ ), et soit  $f_j$  le nombre de personnes qui n'ont pas pu résoudre le problème  $F_j$  (pour  $j = 1, \dots, 4$ ).

Comme dans la solution 1,  $x$  est le nombre d'élèves qui ont résolu 8 problèmes à réponse courte et 3 problèmes à développement, et  $y$  est le nombre d'élèves qui ont résolu 7 problèmes à réponse courte et 4 problèmes à développement. Par définition,  $y = s_1 + s_2 + \dots + s_8$  et  $x = f_1 + f_2 + f_3 + f_4$  et  $n = x + y$ .

Considérons l'entrée dans la  $i^e$  rangée et  $j^e$  colonne de notre tableau de  $8 \times 4$  carrés. Ce nombre doit être  $n - s_i - f_j$ . En additionnant les 32 entrées, nous obtenons :  $256 = 32n - 4(s_1 + \dots + s_8) - 8(f_1 + \dots + f_4) = 32n - 4y - 8x = 32(x + y) - 4y - 8x = 24x + 28y$ . Par conséquent,  $24x + 28y = 256$ . Nous obtenons le même résultat que dans la solution 1.

**Solution 3 :** Soit  $s_i, f_j$  comme dans la solution 2. Alors

$$n = (s_1 + s_2 + \dots + s_8) + (f_1 + f_2 + f_3 + f_4).$$

Donc, comme dans la solution 2, nous avons :

$$\begin{aligned} 256 &= 32n - 4(s_1 + s_2 + \dots + s_8) - 8(f_1 + f_2 + f_3 + f_4) \\ &= 28n - 4(f_1 + f_2 + f_3 + f_4) \end{aligned}$$

Par conséquent,  $64 = 7n - (f_1 + f_2 + f_3 + f_4)$ . Donc,  $n \geq 10$ . Mais notons que si  $n \geq 11$ , alors

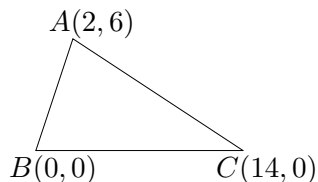
$$(f_1 + f_2 + f_3 + f_4) = 7n - 64 = n + (6n - 64) > n.$$

---

Étant donné que  $f_1 + f_2 + f_3 + f_4$  est le nombre de personnes qui n'ont pas résolu un problème à développement,  $f_1 + f_2 + f_3 + f_4$  est le nombre maximum de personnes comprises dans le groupe, qui est  $n$ . Ce qui contredit  $f_1 + f_2 + f_3 + f_4 > n$ . Donc,  $n \not\geq 11$ . Conjointement avec  $n \geq 10$ , cela donne  $n = 10$ .

## 1 Problèmes à développement

**C1.**  $ABC$  est un triangle dont les coordonnées sont  $A = (2, 6)$ ,  $B = (0, 0)$ , et  $C = (14, 0)$ .



- Soit  $P$  le point médian du côté  $AB$ . Déterminer l'équation de la droite perpendiculaire à  $AB$  qui passe par  $P$ .
- Soit  $Q$  le point sur la droite  $BC$  où  $PQ$  est perpendiculaire à  $AB$ . Déterminer la longueur du segment  $AQ$ .
- Il y a un cercle (unique) qui passe par les points  $A$ ,  $B$ , et  $C$ . Déterminer le rayon de ce cercle.

**Solution :**

(a) La réponse est  $y = -1/3 \cdot x + 10/3$  ou  $x + 3y = 10$ .

Le point médian du côté  $AB$  a les coordonnées suivantes :

$$P = \left( \frac{0+2}{2}, \frac{0+6}{2} \right) = (1, 3).$$

La pente  $AB$  est égale à  $6/2 = 3$ . Par conséquent, la pente de la droite perpendiculaire au segment  $AB$  est égale à  $-1/3$ . Donc, l'équation de la droite perpendiculaire à  $AB$  qui passe par  $P$  est la suivante :

$$y - 3 = \frac{-1}{3}(x - 1).$$

Ce qui est équivalent à :

$$y = \frac{-1}{3}x + \frac{10}{3}.$$

En réécrivant cette équation, on obtient :

$$x + 3y = 10.$$

(b) La réponse est 10.

**Solution 1 :** La droite  $BC$  a pour ordonnée  $y = 0$ . Étant donné que le point  $Q$  est sur la droite  $BC$ , il a pour ordonnée  $y = 0$ . Étant donné que le point  $Q$  est également sur la droite passant par  $P$  et qui est perpendiculaire au côté  $AB$ , cette droite a pour équation :

$x + 3y = 10$ ; dans l'équation  $x + 3y = 10$ , substituons 0 à  $y$  pour obtenir  $x = 10$ . Donc,  $Q = (10, 0)$ . Étant donné que  $A = (2, 6)$ , en appliquant le théorème de Pythagore :

$$AQ = \sqrt{(10 - 2)^2 + (0 - 6)^2} = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10.$$

**Solution 2 :** Comme dans la solution 1,  $Q = (10, 0)$ . Étant donné que le point  $Q$  se trouve sur la bissectrice perpendiculaire à  $AB$ ,  $QA = QB$ . Étant donné que  $Q = (10, 0)$  et  $B = (0, 0)$ ,  $QA = QB = 10$ .

(c) La réponse est  $5\sqrt{2}$  ou  $\sqrt{50}$ .

**Solution 1 :** Soit  $O = (x, y)$  le centre du cercle. Étant donné que le point  $Q$  se trouve sur la bissectrice perpendiculaire à  $BC$ ,  $x = (0 + 14)/2 = 7$ . Étant donné que le point  $Q$  se trouve sur la droite perpendiculaire à  $AB$  qui passe par le point  $P$  et que l'équation de la droite qui passe par  $P$  et qui est perpendiculaire à  $AB$  est  $x + 3y = 10$ , substituons 7 à  $x$  dans  $x + 3y = 10$ , ce qui nous donne  $y = 1$ . Donc, le centre du cercle a pour coordonnées  $(7, 1)$ . Le rayon du cercle est égal à la distance entre le point  $O$  et n'importe lequel des points  $A, B, C$ . Pour aller au plus simple, nous calculons la longueur de  $OB$ , étant donné que  $B = (0, 0)$ . En appliquant le théorème de Pythagore, le rayon du cercle est  $OB = \sqrt{7^2 + 1^2} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$ .

**Solution 2 :** Nous allons appliquer la propriété suivante d'un triangle; soit  $a, b, c$  les longueurs des côtés d'un triangle,  $R$  le rayon du cercle circonscrit au triangle et  $K$  l'aire du triangle. Ensuite, les valeurs  $a, b, c, R, K$  sont définies par la relation suivante :

$$K = \frac{abc}{4R}.$$

Dans ce triangle,  $AB = \sqrt{2^2 + 6^2} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$ ,  $BC = 14$  et  $CA = \sqrt{(14 - 2)^2 + 6^2} = \sqrt{180} = 3\sqrt{20}$ . Notons que

$$K = \frac{1}{2} \times BC \times \{\text{la hauteur par rapport au côté BC}\} = \frac{1}{2} \times 14 \times 6 = 42.$$

Par conséquent,

$$R = \frac{AB \cdot BC \cdot CA}{4K} = \frac{2\sqrt{10} \times 14 \times 3\sqrt{20}}{4 \times 42} = \frac{60\sqrt{2} \times 14}{4 \times 42} = 5\sqrt{2}.$$

- C2.** Charlotte passe un examen comprenant 100 questions; la réponse à chaque question est VRAI ou FAUX. L'enseignante de Charlotte indique que pour chaque bloc de cinq questions *consécutives* de l'examen, la réponse à *exactement* trois d'entre elles est VRAI. Juste avant le début de l'examen, l'enseignante chuchote à Charlotte que la réponse à la première et à la dernière question est FAUX.
- Déterminer le nombre de questions pour lesquelles la réponse est VRAI.
  - Quelle est la bonne réponse à la sixième question de l'examen?
  - Expliquer comment Charlotte peut répondre correctement aux 100 questions de l'examen.

**Solution 1 : (Approche algébrique :)** Pour chacune des valeurs de  $1 \leq i \leq 100$  questions, soit  $x_i = 1$  si la réponse à la  $i^{\text{e}}$  question est VRAI, et  $x_i = 0$  si la réponse à la  $i^{\text{e}}$  question est FAUX. Étant donné que la réponse à la première et à la dernière question est FAUX, nous devons avoir  $x_1 = 0$  et  $x_{100} = 0$ . De plus, nous savons que pour chaque bloc de cinq questions consécutives de l'examen, la réponse à exactement trois d'entre elles est VRAI. Par conséquent, nous avons l'identité suivante :

$$x_j + x_{j+1} + x_{j+2} + x_{j+3} + x_{j+4} = 3$$

pour toutes les valeurs de  $1 \leq j \leq 96$ .

**Solution :**

- La réponse est 60.

Répartissez les 100 problèmes par groupes de 5, à savoir  $1 - 5, 6 - 10, 11 - 15, \dots, 91 - 95, 96 - 100$ . Étant donné qu'il y a 100 problèmes et cinq problèmes par groupe, que dans chaque bloc de cinq problèmes consécutifs il y a exactement trois problèmes pour lesquels la réponse est VRAI, chaque groupe comprend trois problèmes pour lesquels la réponse est VRAI. Étant donné qu'il y a 20 groupes, il y a  $20 \times 3 = 60$  problèmes de l'examen pour lesquels la réponse est VRAI.

- Considérons les problèmes 1, 2, 3, 4, 5, 6. Parmi les problèmes 1–5, il y a exactement trois problèmes pour lesquels la réponse est VRAI. Étant donné que la réponse au premier problème est FAUX, parmi les problèmes 2–5, il y a exactement trois problèmes pour lesquels la réponse est VRAI. Considérons maintenant le problème 6. Étant donné que parmi les problèmes 2–6 il y a exactement trois problèmes pour lesquels la réponse est VRAI, et que parmi les problèmes 2–5 il y a également 3 problèmes pour lesquels la réponse est VRAI, la réponse au problème 6 est FAUX.
- Solution 1:** Nous supposons que la réponse au problème  $n$  est la même que pour le problème  $n + 5$ . Considérons les problèmes  $n, n + 1, n + 2, n + 3, n + 4, n + 5$ . Notons que, parmi les problèmes  $n, n + 1, n + 2, n + 3, n + 4$ , il y a trois problèmes pour lesquels

la réponse est VRAI, et que, parmi les problèmes  $n + 1, n + 2, n + 3, n + 4, n + 5$ , il y a trois problèmes pour lesquels la réponse est VRAI. Notons que, parmi les problèmes  $n + 1, n + 2, n + 3, n + 4$ , il y a 2 ou 3 problèmes pour lesquels la réponse est VRAI. Dans le premier cas, pour les problèmes  $n$  et  $n + 5$  la réponse est VRAI. Dans le deuxième cas, pour les problèmes  $n$  et  $n + 5$  la réponse est FAUX. Dans les deux cas, la réponse est la même pour les problèmes  $n$  et  $n + 5$ .

Dans cet énoncé, la réponse est la même pour les problèmes  $\{1, 6, 11, 16, \dots, 91, 96\}$ . Il en est de même pour les problèmes  $\{2, 7, 12, 17, \dots, 92, 97\}$ ,  $\{3, 8, 13, 18, \dots, 93, 98\}$ ,  $\{4, 9, 14, 19, \dots, 94, 99\}$  et  $\{5, 10, 15, 20, \dots, 95, 100\}$ . Pour chacun de ces cinq groupes de problèmes, si nous pouvons déterminer la réponse pour un des problèmes compris dans un groupe, nous pouvons déterminer la réponse pour chacun des problèmes compris dans le groupe. Étant donné que pour le problème 1 la réponse est FAUX, pour tous les problèmes  $\{1, 6, 11, 16, \dots, 91, 96\}$  la réponse est FAUX. Étant donné que pour le problème 100 la réponse est FAUX, alors pour les problèmes  $\{5, 10, 15, 20, \dots, 95, 100\}$  la réponse est également FAUX. Étant donné que pour les problèmes 1 et 5 la réponse est FAUX, et qu'il y a exactement trois problèmes, 1, 2, 3, 4, 5, pour lesquels la réponse est VRAI, pour les problèmes 2, 3, 4 la réponse est VRAI. Par conséquent, pour tous les autres problèmes  $\{2, 7, 12, 17, \dots, 92, 97\}$ ,  $\{3, 8, 13, 18, \dots, 93, 98\}$ ,  $\{4, 9, 14, 19, \dots, 94, 99\}$  la réponse est VRAI.

**Solution 2 :** Comme dans la solution 1, pour les problèmes  $\{1, 6, 11, \dots, 96\}$  et  $\{5, 10, 15, \dots, 100\}$  la réponse est FAUX. Pour 40 problèmes, la réponse est FAUX. Pour la partie (a), pour 60 des 100 problèmes la réponse est VRAI. Par conséquent, pour les 60 autres problèmes,  $\{2, 7, \dots, 97\}$ ,  $\{3, 8, \dots, 98\}$  et  $\{4, 9, \dots, 99\}$ , la réponse est FAUX.

**Commentaire** Une solution similaire à cette solution consiste à définir une variable  $x_i$  pour le problème  $i$ , où  $x_i = 1$  si la réponse au problème  $i$  est VRAI et  $x_i = 0$  si la réponse au problème  $i$  est FAUX. Ensuite, en se fondant sur cet énoncé, nous obtenons le système d'équations suivant :

$$x_j + x_{j+1} + x_{j+2} + x_{j+3} + x_{j+4} = 3, \quad \text{toutes les valeurs de } 1 \leq j \leq 96$$

et  $x_1 = 0$  et  $x_{100} = 0$ . Charlotte doit déterminer toutes les valeurs de  $x_i$  pour lesquelles  $1 \leq i \leq 100$ . Étant donné que  $x_j \in \{0, 1\}$ , par résolution de ce système d'équations, on obtient :

$$\begin{aligned} x_1 = x_6 = x_{11} = x_{16} = \dots = x_{91} = x_{96} &= 0 \\ x_2 = x_7 = x_{12} = x_{17} = \dots = x_{92} = x_{97} &= 1 \\ x_3 = x_8 = x_{13} = x_{18} = \dots = x_{93} = x_{98} &= 1 \\ x_4 = x_9 = x_{14} = x_{19} = \dots = x_{94} = x_{99} &= 1 \\ x_5 = x_{10} = x_{15} = x_{20} = \dots = x_{95} = x_{100} &= 0 \end{aligned}$$



- C3.** Soit  $n$  un entier positif. Une rangée de  $n + 1$  carrés est numérotée de gauche à droite  $0, 1, 2, \dots, n$ , tel qu'illustré ci-dessous.

0	1	2	$\dots$	$n$
---	---	---	---------	-----

Deux grenouilles appelées Alphonse et Béryl commencent une course à partir du carré 0. Chaque seconde, Alphonse et Béryl font un saut vers la droite selon les règles suivantes : s'il y a au moins huit carrés à la droite d'Alphonse, alors ce dernier doit sauter huit carrés vers la droite; sinon, il saute d'un carré vers la droite. S'il y a au moins sept carrés à la droite de Béryl, alors elle doit sauter sept carrés vers la droite; sinon, elle saute d'un carré vers la droite.  $A(n)$  et  $B(n)$  désignent respectivement le nombre de secondes qu'il faut à Alphonse et à Béryl pour atteindre le carré  $n$ . Par exemple,  $A(40) = 5$  et  $B(40) = 10$ .

- (a) Déterminer l'entier  $n > 200$  pour lequel  $B(n) < A(n)$ .
- (b) Déterminer le plus grand entier  $n$  pour lequel  $B(n) \leq A(n)$ .

**Solution 1 :** Notons que si nous écrivons  $n = 8q_1 + r_1$  où  $q_1, r_1$  sont des entiers non négatifs et  $0 \leq r_1 < 8$ , alors Alphonse doit faire  $q_1$  sauts de 8 carrés et faire  $r_1$  sauts de 1 carré. Alors, le nombre de sauts que doit faire Alphonse est  $A(n) = q_1 + r_1$ . De même, si nous écrivons  $n = 7q_2 + r_2$  où  $q_2, r_2$  sont des entiers non négatifs et  $0 \leq r_2 < 7$ , alors  $B(n) = q_2 + r_2$ .

- (a) Étant donné que le saut que fait Alphonse, qui est de 8 carrés, est supérieur à celui de Béryl, qui est de 7 carrés, pour que Béryl finisse plus vite qu'Alphonse,  $n$  doit être un entier tel que Béryl fasse très peu de sauts de 1 carré et qu'Alphonse fasse beaucoup de sauts de 1 carré; c'est-à-dire  $n$  doit être un entier divisible par 7 et le reste qu'on obtient après avoir divisé par 8 est un nombre élevé, soit 7. Notons que 7 est un entier. Notons qu'en additionnant  $7 \times 8 = 56$  de manière répétée à 7, cette propriété est conservée, c'est-à-dire 63, 119, 175, 231. Étant donné que  $231 = 33 \times 7$ ,  $B(231) = 33$ . Étant donné que  $231 = 28 \times 8 + 7$ , Alphonse fait  $28 + 7 = 35$  sauts, c'est-à-dire  $A(231) = 35$ . Par conséquent,  $B(231) < A(231)$ . Donc,  $n = 231$ , un entier positif satisfaisant les conditions voulues.
- (b) Étant donné que  $B(n) \leq A(n)$ , nous avons  $q_2 + r_2 \leq q_1 + r_1$ . Étant donné que  $8q_1 + r_1 = 7q_2 + r_2$  et  $r_2 \leq q_1 + r_1 - q_2$ ,

$$8q_1 + r_1 \leq 7q_2 + q_1 + r_1 - q_2.$$

De même,  $7q_1 \leq 6q_2$ . Par conséquent,  $q_2 \geq 7q_1/6$ . En substituant cette valeur dans l'équation  $8q_1 + r_1 = 7q_2 + r_2$ , on obtient

$$8q_1 + r_1 \geq \frac{49}{6}q_1 + r_2.$$

Par conséquent,

$$\frac{q_1}{6} \leq r_1 - r_2.$$

Étant donné que  $r_1 \leq 7$  et  $r_2 \geq 0$ ,  $r_1 - r_2 \leq 7$ , ce qui implique que  $q_1 \leq 42$ . Étant donné que  $r_1 \leq 7$ ,  $n = 8q_1 + r_1 \leq 8 \times 42 + 7 = 343$ .

Pour prouver que 343 est en effet le plus grand entier, notons que  $343 = 42 \times 8 + 7$ , ce qui implique que  $A(343) = 42 + 7 = 49$ . Notons aussi que  $343 = 49 \times 7$ , ce qui implique que  $B(343) = 49$ . Par conséquent,  $A(343) = B(343)$ . Donc,  $n = 343$  est le plus grand entier positif pour que  $B(n) \leq A(n)$ .

### Solution 2 :

En utilisant la notation de la solution 1, nous avons  $A(n) = q_1 + r_1$  et  $B(n) = q_2 + r_2$ . Soit  $\lfloor x \rfloor$  le plus grand entier inférieur ou égal à  $x$ . Par exemple,  $\lfloor \frac{23}{8} \rfloor = 2$ . Notons que  $q = \lfloor n/8 \rfloor$ . Alors  $r = n - 8q = n - 8\lfloor n/8 \rfloor$ . Donc,  $A(n)q + r = n - 7\lfloor n/8 \rfloor$ . De même,  $B(n) = n - 6\lfloor n/7 \rfloor$ .

- (a) Nous cherchons un entier  $n > 200$  pour lequel  $B(n) = n - 6\lfloor \frac{n}{7} \rfloor < n - 7\lfloor \frac{n}{8} \rfloor = A(n)$ , c.-à-d.,  $7\lfloor \frac{n}{8} \rfloor < 6\lfloor \frac{n}{7} \rfloor$ . Si on supprime les symboles exprimant la partie entière, l'inégalité se réduit à  $\frac{7n}{8} < \frac{6n}{7}$ , une inégalité qui n'est pas vraie. Ainsi, pour résoudre l'inégalité  $7\lfloor \frac{n}{8} \rfloor < 6\lfloor \frac{n}{7} \rfloor$ , nous devons définir  $\frac{n}{8} - \lfloor \frac{n}{8} \rfloor$  comme la valeur la plus grande possible et  $\frac{n}{7} - \lfloor \frac{n}{7} \rfloor$  comme la plus petite possible. Pour ce faire, il faut définir  $\frac{n}{8}$  comme une valeur légèrement inférieur à un nombre entier de sorte que  $\lfloor \frac{n}{8} \rfloor$  soit approximativement égal à  $\frac{n}{8} - 1$ , en s'assurant que  $\frac{n}{7}$  soit un nombre entier, de sorte que  $\lfloor \frac{n}{7} \rfloor = \frac{n}{7}$ .

Soit  $n = 56k + 7$ , pour un certain entier  $k > 0$ . Alors  $\lfloor \frac{n}{8} \rfloor = \lfloor \frac{56k+7}{8} \rfloor = \lfloor 7k + \frac{7}{8} \rfloor = 7k$ , et  $\lfloor \frac{n}{7} \rfloor = \lfloor \frac{56k+7}{7} \rfloor = 8k + 1$ . Alors, notre inégalité devient  $7 \cdot 7k < 6 \cdot (8k + 1)$ , ce qui est équivalent à  $k < 6$ . Par exemple, si  $k = 4$ , alors  $n = 56 \cdot 4 + 7 = 231$  est un nombre entier satisfaisant l'inégalité  $7\lfloor \frac{n}{8} \rfloor < 6\lfloor \frac{n}{7} \rfloor$ , ce qui implique que  $B(231) < A(231)$ . En vérifiant, nous constatons que  $A(231) = 231 - 7\lfloor \frac{231}{8} \rfloor = 35$  et  $B(231) = 231 - 6\lfloor \frac{231}{7} \rfloor = 33$ . Ainsi,  $n = 231$  est une solution qui satisfait au problème. Une autre solution est  $n = 56 \cdot 5 + 7 = 287$ , en prenant  $k = 5$ .  $n = 238$  et  $n = 239$  sont également des solutions.

- (b) Pour tout entier positif  $n$ , il existe des entiers uniques  $p, q, r$  pour lesquels  $n = 56p + 8q + r$ , où  $0 \leq q \leq 6$  et  $0 \leq r \leq 7$ . L'inégalité  $B(n) \leq A(n)$  est équivalente à  $7\lfloor \frac{n}{8} \rfloor \leq 6\lfloor \frac{n}{7} \rfloor$ .

Nous avons  $\lfloor \frac{n}{8} \rfloor = \lfloor \frac{56p+8q+r}{8} \rfloor = 7p + q + \lfloor \frac{r}{8} \rfloor = 7p + q$ , étant donné que  $0 \leq r \leq 7$ . Nous avons également  $\lfloor \frac{n}{7} \rfloor = \lfloor \frac{56p+8q+r}{7} \rfloor = 8p + q + \lfloor \frac{q+r}{7} \rfloor$ .

Ainsi, l'inégalité  $7\lfloor \frac{n}{8} \rfloor \leq 6\lfloor \frac{n}{7} \rfloor$  est équivalente à  $7(7p + q) \leq 6(8p + q) + 6\lfloor \frac{q+r}{7} \rfloor$ , qui se simplifie en  $p + q \leq 6\lfloor \frac{q+r}{7} \rfloor$ . Étant donné que  $q + r \leq 6 + 7 = 13$ , nous devons avoir  $p + q \leq 6\lfloor \frac{13}{7} \rfloor = 6$ .

Nous voulons déterminer le nombre entier le plus grand  $n = 56p + 8q + r$  pour lequel l'inégalité ci-dessus est satisfaite. Pour ce faire, nous devons maximiser la valeur de  $p$ . Étant donné que  $p + q \leq 6$ , essayons d'abord avec  $p = 6$ . On a donc nécessairement  $q = 0$ . Cette solution satisfait l'inégalité  $p + q \leq 6\lfloor \frac{q+r}{7} \rfloor$  si et seulement si  $r = 7$ . Nous

remarquons que l'ensemble  $(p, q, r) = (6, 0, 7)$  donne  $n = 56 \times 6 + 7 = 343$ , ce qui est également une solution parce que  $A(343) = 343 - 7 \lfloor \frac{343}{8} \rfloor = 49$  et  $B(343) = 343 - 6 \lfloor \frac{343}{7} \rfloor = 49$ .

Pour démontrer que  $n = 343$  est bien  $n$  le nombre entier le plus grand qui satisfait l'inégalité  $B(n) \leq A(n)$ , nous notons que  $(p, q, r) = (6, 0, 7)$  est le seul ensemble qui satisfait l'inégalité pour  $p = 6$ , suite à l'analyse précédente. Pour toute autre solution, il faut que  $p \leq 5$ . Dans une telle solution, nous aurions  $n = 56p + 8q + r \leq 56 \times 5 + 8 \times 6 + 7 = 335 < 343$ .

**C4.** Soit  $f(x) = x^2 - ax + b$ , où  $a$  et  $b$  sont deux entiers positifs.

- (a) Supposons que  $a = 2$  et que  $b = 2$ . Déterminer l'ensemble des racines réelles de  $f(x) - x$  et l'ensemble des racines réelles de  $f(f(x)) - x$ .
- (b) Déterminer le nombre de paires d'entiers positifs  $(a, b)$  avec  $1 \leq a, b \leq 2011$  pour lesquelles chaque racine de  $f(f(x)) - x$  est un entier.

**Solution :**

a) Si  $a = 2$  et  $b = 2$ , alors  $f(x) = x^2 - 2x + 2$ . Donc,  $f(x) - x = x^2 - 3x + 2 = (x - 2)(x - 1)$ . Par conséquent, les racines de  $f(x) - x$  sont 1 et 2.

Maintenant, nous devons déterminer  $f(f(x)) - x$ . Notons que  $f(f(x)) = (x^2 - 2x + 2)^2 - 2(x^2 - 2x + 2) + 2 = x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 4x + 2$ . Par conséquent,

$$f(f(x)) - x = x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 5x + 2.$$

Notons que 1 est une racine de  $f(f(x)) - x$ . Alors

$$x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 5x + 2 = (x - 1)(x^3 - 3x^2 + 3x - 2) = (x - 1)(x - 2)(x^2 - x + 1).$$

Notons que  $x^2 - x + 1$  n'a pas de racines réelles étant donné que son discriminant est  $1^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = -3 < 0$ . Par conséquent, les racines réelles de  $f(f(x)) - x$  sont 1 et 2.

(b) La réponse est 43.

Nous supposons que si  $r$  est une racine de  $f(x) - x$ , alors  $r$  est une racine de  $f(f(x)) - x$ . Étant donné que  $r$  est une racine de  $f(x) - x$ ,  $f(r) - r = 0$ , c.-à-d.  $f(r) = r$ . Par conséquent,

$$f(f(r)) - r = f(r) - r = 0.$$

Donc, toute racine de  $f(x) - x$  est une racine de  $f(f(x)) - x$ . Par conséquent,  $f(x) - x$  est un facteur de  $f(f(x)) - x$ .

Notons que  $f(f(x)) - x = f(x^2 - ax + b) - x = (x^2 - ax + b)^2 - a(x^2 - ax + b) + b - x$ ,

$$= x^4 - 2ax^3 + (a^2 + 2b - a)x^2 - (2ab - a^2 + 1)x + (b^2 - ab + b).$$

Étant donné que  $f(x) - x = x^2 - (a + 1)x + b$ ,  $f(f(x)) - x$  se factorise de la manière suivante

$$f(f(x)) - x = (x^2 - (a + 1)x + b)(x^2 - (a - 1)x + (b - a + 1)).$$

Étant donné que les deux facteurs sont unitaires, les racines de  $f(f(x)) - x$  sont des entiers si et seulement si le discriminant de chacun des deux facteurs quadratiques est un carré parfait. Ces deux discriminants sont

$$(a + 1)^2 - 4b = a^2 + 2a + 1 - 4b$$

et

$$(a-1)^2 - 4(b-a+1) = a^2 + 2a + 1 - 4b - 4.$$

La différence entre le second et le premier discriminant est égale à quatre. Il n'existe que deux carrés parfaits dont la différence soit 4 : 4 et 0. Cet énoncé est vrai étant donné que si  $r, s$  sont des nombres entiers non négatifs de sorte que  $r^2 - s^2 = 4$ , alors  $(r-s)(r+s) = 4$ . Étant donné que  $r, s$  sont des nombres entiers non négatifs,  $(r-s, r+s) = (2, 2)$  or  $(1, 4)$ . Dans le dernier cas,  $r-s = 1$  et  $r+s = 4$ . Par conséquent,  $r = 5/2$  et  $s = 3/2$ , qui ne sont pas des nombres entiers. Par conséquent,  $(r-s, r+s) = (2, 2)$ , c.-à.-d.  $r = 2, s = 0$ . Donc, le plus grand carré parfait est  $2^2 = 4$  et le plus petit carré parfait est 0.

Par conséquent,  $a^2 + 2a + 1 - 4b = 4$ . En réécrivant l'expression et en la factorisant, on obtient :

$$(a+1)^2 = 4(b+1).$$

Étant donné que  $(a+1)^2$  et 4 sont des carrés parfaits,  $b+1$  est un carré parfait. Par conséquent, il existe un entier positif  $m$  de sorte que  $b+1 = m^2$ . Alors  $b = m^2 - 1$ . Par conséquent,  $(a+1)^2 = 4m^2$ . Étant donné que  $a$  est un entier positif,  $a+1 = 2m$ . Donc,  $a = 2m - 1$ . Par conséquent,  $(a, b) = (2m - 1, m^2 - 1)$ .

Nous vérifions maintenant que pour de telles paires  $(a, b)$  les racines de  $x^2 - (a+1)x + b$  et  $x^2 - (a-1)x + (b-a+1)$  sont toutes des entiers, ce qui implique de chaque racine de  $f(f(x)) - x$  est un entier. En substituant  $(a, b) = (2m - 1, m^2 - 1)$  dans ces deux polynômes, on obtient  $x^2 - 2mx + m^2 - 1 = (x - (m-1))(x - (m+1))$  et  $x^2 - (2m-2)x + (m^2 - 2m + 1) = (x - (m-1))(x - (m-1))$ . Étant donné que  $m$  est un entier positif, chacune des quatre racines de  $f(f(x)) - x$  est un entier. (Étant donné que les coefficients des facteurs quadratiques valent 1, les racines des facteurs quadratiques ne sont des entiers que si et seulement si les discriminants correspondants sont des carrés parfaits.)

Étant donné que  $1 \leq a, b \leq 2011$ , il reste à trouver le nombre d'entiers positifs  $m$  de sorte que  $1 \leq 2m - 1, m^2 - 1 \leq 2011$ . Étant donné que  $1 \leq m^2 - 1 \leq 2011, 2 \leq m^2 \leq 2012$ . Donc,  $2 \leq m \leq \lfloor \sqrt{2012} \rfloor = 44$ , où  $\lfloor t \rfloor$  représente le plus grand entier inférieur ou égal à  $t$ .  $m$  peut avoir pour valeur chacun des 43 nombres suivants, à savoir  $m = 2, 3, \dots, 44$ . Ces valeurs de  $m$  satisfont  $1 \leq 2m - 1 \leq 2011$ .

Par conséquent, le nombre de paires ordonnées composée d'entiers positifs  $(a, b)$  pour lesquelles chaque racine de  $f(f(x)) - x$  est un entier est : 43.